

Quota del lavoro e occupazione in presenza di contrattazione efficiente

Renato Balducci e Stefano Staffolani*

5 settembre 2000

Sommario

La riduzione della quota del lavoro sul prodotto, che ha caratterizzato l'andamento delle economie europee negli anni '90, è stata vista soprattutto come una conseguenza di variazioni nella tecnologia e nella dotazione di capitale per occupato. In questo lavoro, valutiamo il ruolo che la contrattazione tra parti sociali può avere nel determinare la quota del lavoro. I risultati, basati su un modello di contrattazione efficiente, portano a concludere che la quota del lavoro e i livelli occupazionali sono legati positivamente al potere contrattuale dei sindacati. In un contesto che tiene conto della competitività internazionale i tassi di interessi esteri rappresentano dei vincoli alla capacità dei sindacati di appropriarsi di parte del surplus. Variazioni nei tassi di interesse esteri hanno effetti rilevanti sulla distribuzione funzionale del reddito.

JEL: D33, J51, J64

KEYWORDS: Distribuzione funzionale del reddito, quota del lavoro, disoccupazione, contrattazione, sindacato

**Dipartimento di Economia, Università di Ancona - P.zza Martelli, 8 - 60121 Ancona*

E-Mail: Staffolanif@deanovell.unian.it

Articolo preparato per il XV Convegno Nazionale di Economia
del Lavoro - Ancona, 28-29 Settembre 2000

1 Introduzione

L'identificazione dei criteri che regolano la ripartizione del prodotto tra impresa e lavoratori ha sempre rappresentato uno stimolo fondamentale alla ricerca economica. Dal concetto di salario di sussistenza l'analisi economica è passata alla considerazione della produttività marginale come criterio ultimo per la definizione del valore del lavoro, all'ipotesi dei salari come strumento per incentivare l'impegno sul posto di lavoro, alla considerazione esplicita della conflittualità tra organizzazioni sindacali e imprenditoriali.

Considerare la ripartizione funzionale del reddito all'interno di modelli tradizionali basati sulla competizione perfetta nel mercato dei beni e del lavoro porta a risultati forti ma allo stesso tempo insoddisfacenti: la quota del lavoro, è, in questo ambito, un dato dipendente semplicemente da fattori tecnologici.

La rimozione di queste ipotesi ha portato ad analizzare le relazioni di lavoro all'interno di differenti approcci che tengono nel dovuto conto le imperfezioni nel mercato del lavoro e che sono accomunati dalla conclusione che il livello dell'attività economica funga da "regolatore" nella divisione delle rendite tra impresa e lavoratori. L'esistenza di disoccupazione in equilibrio, in particolare, rende coerenti le aspettative delle imprese e quelle dei lavoratori rispetto la distribuzione della rendita generata dal rapporto di lavoro.

L'analisi della distribuzione funzionale del reddito, che è stata lasciata quasi da parte nel dibattito economico degli ultimi decenni, è tornata di nuovo al centro dell'attenzione negli ultimi anni¹. La causa di ciò va cercata, come spesso accade, nell'evidenza empirica, che sarà sinteticamente presentata nel secondo paragrafo, con riferimento prevalentemente all'esperienza italiana.

Nel paragrafo 3 si propone una definizione della quota del lavoro al fine di evidenziare come l'evoluzione della stessa possa essere sensibile, oltre che a fattori tecnologici, anche a grandezze, come l'elasticità del prodotto all'occupazione, che possono essere influenzate dal comportamento delle organizzazioni sindacali.

Il paragrafo 4 presenta un modello nel quale un sindacato e una impresa contrattano in modo cooperativo su salari e occupazione. Questo modello di *contrattazione efficiente* mostra come la variazione del potere contrattuale del sindacato nella contrattazione influenzi tanto l'occupazione che la quota del lavoro.

Nel paragrafo 5 si analizza la compatibilità internazionale delle modalità di fissazione del salario e dell'occupazione. In particolare, se esiste perfetta mobilità dei capitali, il potere contrattuale del sindacato cessa di essere una variabile indipendente; esiste una unica modalità di spartizione della rendita derivante dal rapporto di lavoro che rende compatibile l'equilibrio interno e quello esterno.

Alcune riflessioni conclusive sono presentate nel paragrafo 6.

¹Blanchard, 1997-1998, Rowhtorn, 1996-1999

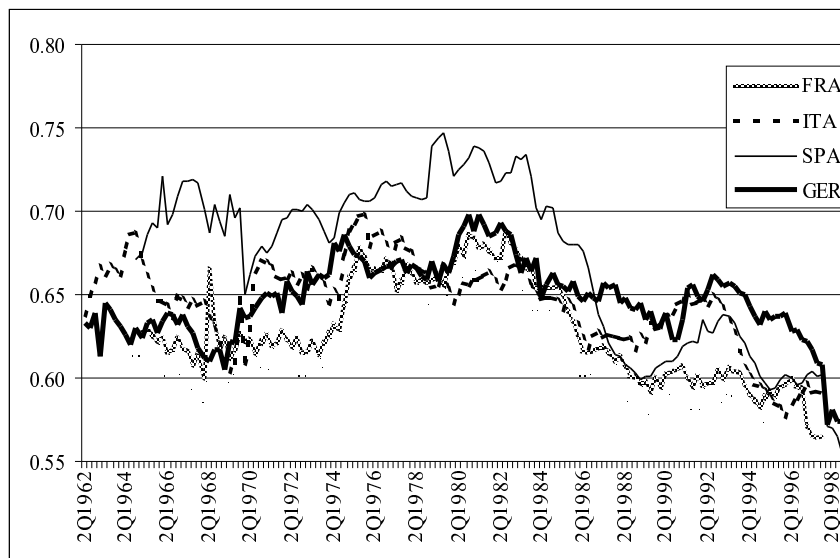


Figura 1: Quota del lavoro nei paesi europei

Fonte: Ns rielaborazioni basate su OECD Business sector database

2 L'evidenza empirica

Da tempo si è consapevoli che il livello e l'andamento della disoccupazione è differenziato tra paesi dell'Europa continentale e paesi anglosassoni; negli ultimi anni l'evidenza empirica ha mostrato che anche l'andamento della quota del lavoro sul prodotto è diverso in queste due grandi aree. Da una parte, nei paesi dell'Europa continentale, la quota del lavoro negli ultimi 15 anni si è ridotta sostanzialmente (vedi figura 1), dall'altra nei paesi del nord-america in Giappone questa quota del lavoro non mostra nessuna tendenza alla riduzione; la Gran Bretagna ha affrontato una riduzione della quota del lavoro dalla metà degli anni '70 alla metà degli anni '80 (vedi figura 2). Inoltre, alla fine degli anni '90, la quota del lavoro sembra essere più elevata nei paesi anglosassoni.

In Italia la quota del lavoro sul prodotto è passata dal 70% del 1975 al 59% degli ultimi anni; questa riduzione, come negli altri paesi europei, è andata di pari passo con l'incremento della disoccupazione. La figura 3 evidenzia come, mentre negli anni '60 e inizio anni '70 i tassi di disoccupazione italiani erano relativamente bassi e indipendenti dall'andamento della quota del lavoro, a partire dai primi anni '80 si nota una contemporaneità tra riduzione della quota del lavoro e aumento del tasso di disoccupazione.

La figura 4 presenta, per i vari paesi OCSE per i quali sono disponibili i dati, la relazione tra variazione della disoccupazione e variazione della quota del lavoro

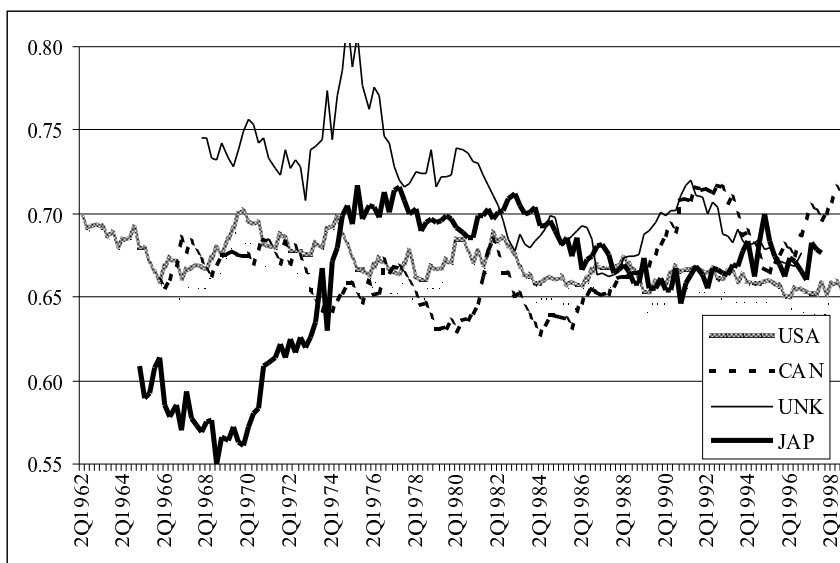


Figura 2: Quota del lavoro nei paesi anglosassoni e in Giappone

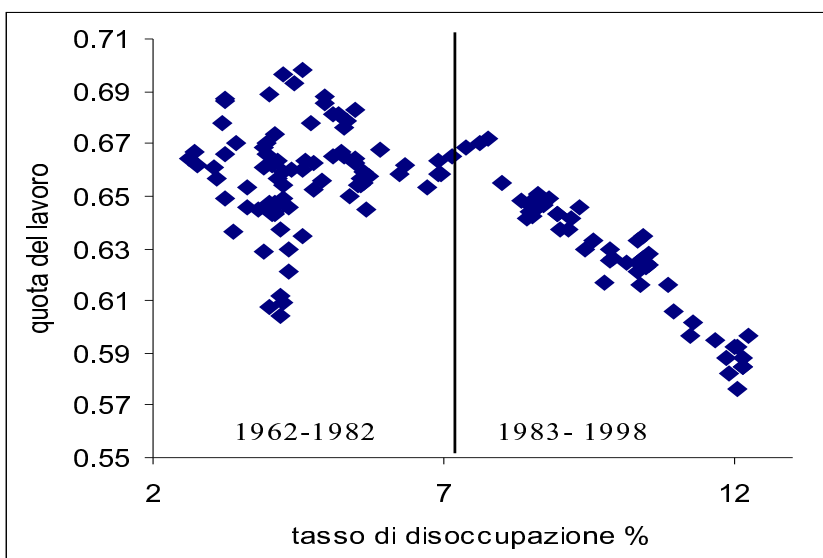


Figura 3: tasso di disoccupazione e quota del lavoro in Italia

Fonte: Ns rielaborazioni basate su OECD Business sector database

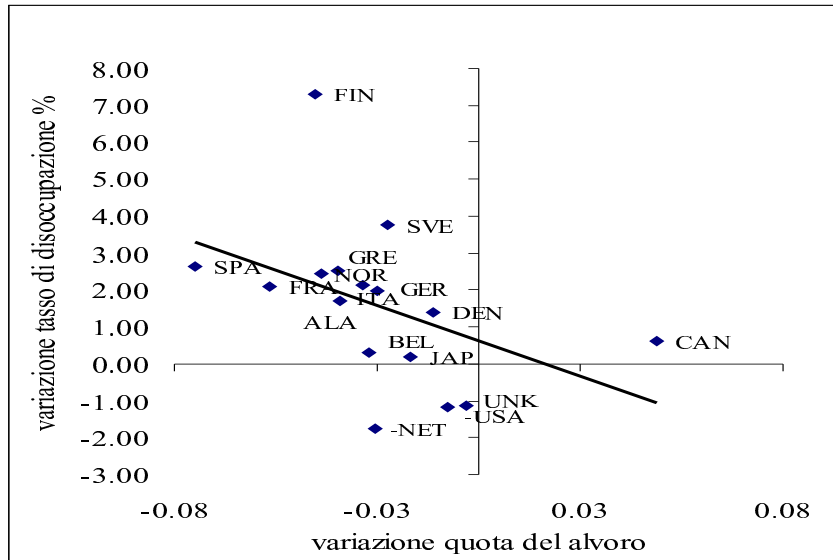


Figura 4: Variazione del tasso di disoccupazione e della quota del lavoro

Calcolata come differenza tra valore medio delle due grandezze negli anni '90 e negli anni '80

Fonte: Ns rielaborazioni basate su OECD Busines sector database

calcolate come differenza tra il valore delle due variabili nel periodo 1990-1998 (1997 per alcuni paesi) e nel periodo 1980-1989.

Si nota immediatamente come esista una relazione inversa (statisticamente significativa) tra le due variabili e che i paesi anglosassoni sono situati più vicino all'origine, cioè sono quelli che hanno visto di meno modificarsi le due grandezze.

I due fatti da spiegare sono quindi:

- la relazione negativa tra variazione della quota del lavoro e della disoccupazione
- le ragioni per le quali questa relazione è valida prevalentemente per i paesi europei

Le spiegazioni dei fenomeni descritti possono certamente essere quelle ipotizzate da Goodwin, basate sostanzialmente sulle ciclicità della relazione tra disoccupazione e quota del lavoro. Sembra difficile supporre però un aumento così forte della lunghezza e dell'ampiezza del ciclo.

Altri fattori di caratteri "semistrutturale", che hanno fatto oggetto di ricerche recenti,² possono essere la causa dell'evidenza empirica.

²In questo senso il titolo dell'articolo di Blanchard (1997) "The medium run" tende a cogliere la contentoranea coesistenza di fenomeni di breve e di lungo periodo

Le analisi presentate fino ad ora fanno riferimento al sistema economico nel suo complesso. Le informazioni empiriche aggregate possono nascondere altri effetti, che chiameremo *effetti di composizione* e che fanno derivare la riduzione della quota del lavoro dalla riallocazione settoriale dell'occupazione. Supponiamo ad esempio che esistano due settori; nel primo la quota del lavoro è più bassa che nel secondo. Se l'occupazione è crescente nel primo e decrescente nel secondo, allora la quota del lavoro aggregata si riduce. E' accaduto qualcosa di questo genere in Italia?

I dati a nostra disposizione, di fonte contabilità nazionale OCSE, ci permettono di presentare dei primi risultati, basati sulla disaggregazione dell'economia in 9 settori³. Abbiamo imputato ai lavoratori indipendenti un salario pari a quello medio di settore dei lavoratori dipendenti. Contabilmente, la quota è calcolata come $q_i = \frac{W_i}{y_i}$, dove W_i indica il monte salari aggiustato per tenere conto del lavoro autonomo⁴ e y_i prodotto interno lordo del settore i .

La figura 5 mostra la quota del lavoro nei 3 macrosettori dell'agricoltura, dell'industria e del terziario. Si nota come in tutti i settori negli ultimi anni la quota del lavoro si sia ridotta; la figura 6 evidenzia come il settore manifatturiero abbia sperimentato una riduzione della quota del lavoro (vedi linea tratteggiata, che individua la componente di trend) meno marcata dell'intera economia, e come questa riduzione sia accompagnata da una forte ciclicità.

Una semplice metodologia ci permette di indagare quanto della riduzione della quota del lavoro sia dovuta ad *effetti di composizione*. Possiamo scrivere:

$$q = \frac{\sum W_i}{Y}$$

dove $Y = \sum y_i$. Dividiamo e moltiplichiamo ognuno dei membri della sommatoria per y_i . Possiamo allora scrivere, definendo $\psi_i = \frac{y_i}{Y}$:

$$q = \sum q_i \psi_i$$

e quindi calcolare la variazione nel tempo δq_i per ottenere:

$$\Delta q_t = \sum \Delta \psi_{i,t} q_{i,t} + \sum \Delta q_{i,t} \psi_{i,t-1}$$

³Agriculture, hunting, forestry and fishing; Mining and quarrying Manufacturing; Electricity, gas and water; Construction; Wholesale & retail trade; Restaurant, Transport, storage and Communication; Finance, insurance, real estate, e Community; Social & personal service. In alcuni casi, tra cui quello italiano, la definizione dei settori è leggermente differente a causa della mancanza di dati.

⁴La variabile W_i è costruita moltiplicando il totale di *workers compensation* per il rapporto tra l'occupazione totale del settore e l'occupazione dipendente

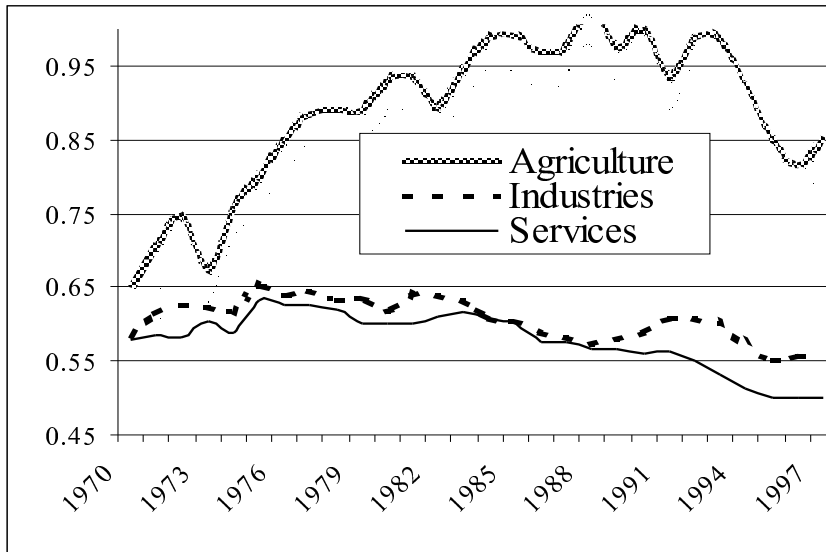


Figura 5: Quote del lavoro, vari settori, Italia

Fonte: Ns rielaborazioni basate su OECD National Account Detailed tables 1960-1997

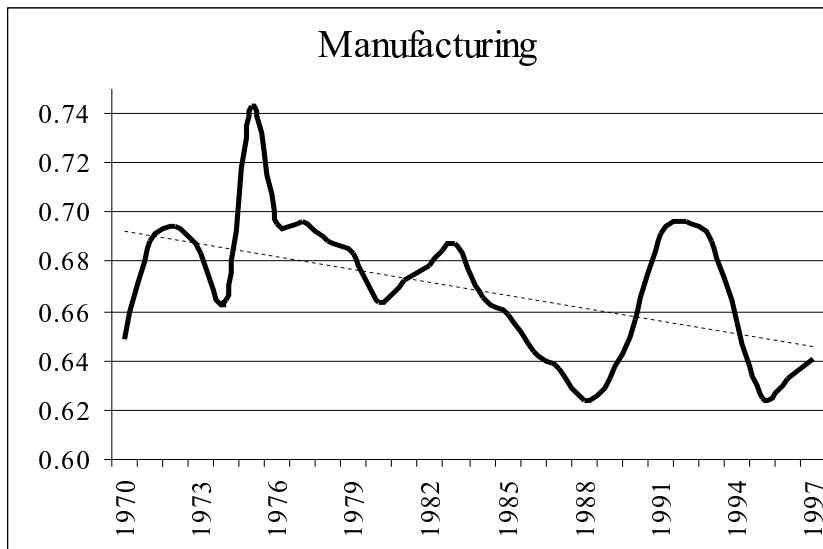


Figura 6: Quote del lavoro, industria manifatturiera, Italia

Fonte: Ns rielaborazioni basate su OECD National Account Detailed tables 1960-1997

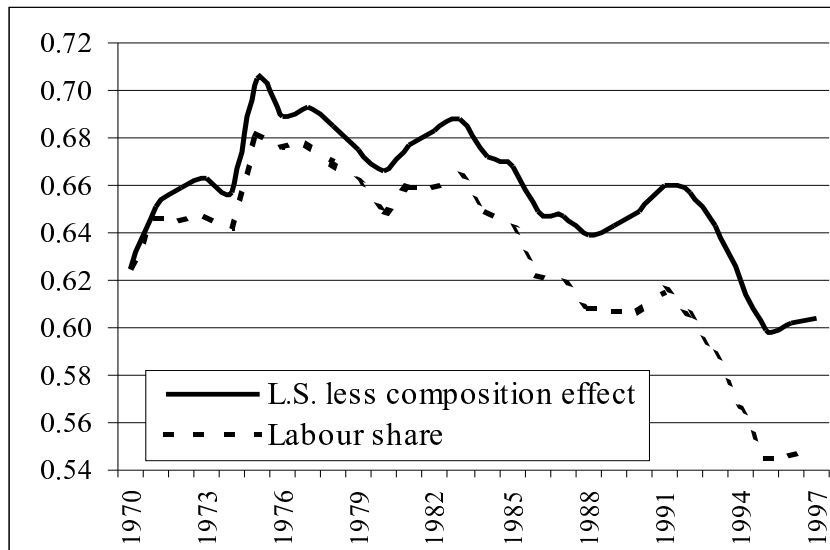


Figura 7: Quota del lavoro aggregata e quota del lavoro a parità di composizione settoriale, Italia

Fonte: Ns rielaborazioni basate su OECD National Account Detailed tables 1960-1997

La prima sommatoria individua la variazione della quota dovuta alla variazione della composizione settoriale, che chiameremo *effetto composizione*, mentre la seconda individua la variazione della quota aggregata del lavoro causata dalle modifiche della quota nei singoli settori, che definiremo *l'effetto infrasettoriale*.

La figura 7 mostra sia l'andamento della quota del lavoro effettivo (linea tratteggiata) sia l'andamento che si sarebbe verificato se, dato il valore della quota del lavoro nel 1970, non si fossero verificate riallocazioni settoriali dell'occupazione.

La figura 7 documenta che, nel periodo 1970-1994 in assenza di modificazioni strutturali la quota del lavoro si sarebbe ridotta di poco più di un punto percentuale. Nel periodo 1983-1994 la quota si sarebbe comunque ridotta di poco più di 8 punti percentuali a parità di composizione settoriale contro una riduzione effettiva di circa 11 punti

Pertanto, sembra emergere che gli *effetti di composizione* sono rilevanti ma capaci di spiegare solo una parte della riduzione della quota del lavoro.

Una analisi, seppure sommaria, di quanto sia successo negli altri paesi OCSE è presentata nella figura 8, che presenta l'effetto infrasettoriale e l'effetto composizione nei principali paesi OCSE per i quali si disponeva di dati empirici. Il calcolo è effettuato confrontando la quota media degli anni '70 con la quota media del periodo 1990 – 1997 (per alcuni paesi le osservazioni si fermavano al 1994). Si nota che, con le eccezioni di Gran Bretagna, Spagna, Svezia e Canada, la rialloca-

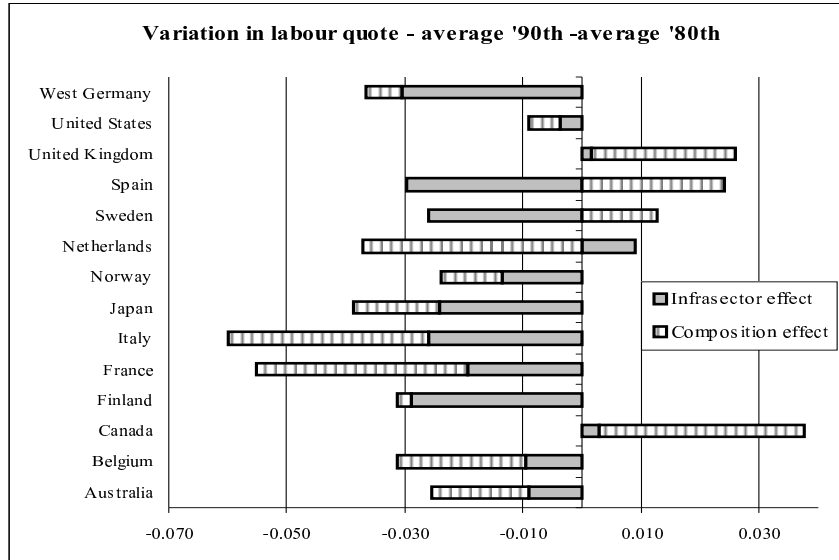


Figura 8: Effetti Composizine e effetti infrasettoriali, vari Paesi

Fonte: Ns rielaborazioni basate su OECD National Account Detailed tables 1960-1997

zione settoriale dell'attività produttiva ha contribuito a ridurre la quota del lavoro ma che, almeno in alcuni paesi, la componente infrasettoriale è indubbiamente rilevante. In tutti i paesi europei, con l'eccezione dell'Olanda, la quota del lavoro si è ridotta anche a livello infrasettoriale.

Ci sembra di poter concludere che gli effetti dovuti alla riallocazione settoriale delle risorse hanno avuto un loro ruolo nella spiegazione della riduzione della quota del lavoro, più importante negli anni '70 che non in seguito, ma che comunque anche a livello infrasettoriale la quota del lavoro si è ridotta.⁵

Tecnologia, pratiche di fissazione del salario, capitale pro-capite restano allora rilevanti nella spiegazione della distribuzione del reddito.

3 La definizione della quota del lavoro

La quota aggregata del lavoro q può essere scritta:

$$q = \frac{w N}{p Y}$$

⁵Ovviamente, quanto detto dipende dal livello di aggregazione settoriale utilizzato. Purtroppo, non è possibile, sulla base dei dati OCSE, procedere a disaggregazioni più ampie per carenza di dati.

dove w è il salario, N l'occupazione, p il livello dei prezzi, $Y = sF(N, K)$ il prodotto, con s shock esogeno sulla funzione di produzione F . Moltiplichiamo e dividiamo la frazione a destra dell'uguale per il prodotto marginale del lavoro $\frac{dF}{dN} = F'_N$ e definiamo $\omega = \frac{w}{p}$ il salario reale; si ottiene facilmente che:

$$q = \frac{\omega}{sF'_N} \frac{N}{F} F'_N = \frac{\omega}{sF'_N} \varepsilon_{F,N} \quad (1)$$

la quota del lavoro dipende dal rapporto tra salario reale e prodotto marginale del lavoro e dall'elasticità del prodotto all'occupazione. Se il primo rapporto è uguale a uno, se cioè l'impresa agisce lungo la curva di domanda di lavoro, la quota del lavoro è pari all'elasticità del ricavo totale all'occupazione. Nelle ipotesi tradizionali, vale $\omega = y'_N = sF'_N$; se la funzione di produzione è di tipo Cobb-Douglas, cioè se vale $F = N^\alpha K^{1-\alpha}$, allora $q = \alpha$. La quota del lavoro dipende solo dalla tecnologia.

L'equazione 1 definisce i fattori che incidono sulla quota del lavoro:

- la differenza tra salario reale e produttività marginale può essere dovuta a vari fattori; come sottolineato da Blanchard (1997), pratiche di *featherbedding*⁶ che "costringono" l'impresa a mantenere occupati lavoratori con salari reali più alti della loro produttività, potrebbero aver gonfiato artificialmente la quota del lavoro nei decenni passati; queste pratiche potrebbero essersi considerevolmente ridotte negli ultimi tempi in seguito alla flessibilizzazione dei rapporti di lavoro. Questi avvenimenti sono stati, probabilmente, più rilevanti in Europa e potrebbero giustificare nello stesso tempo la riduzione della quota del lavoro e dell'occupazione⁷. Inoltre, l'elasticità del prodotto all'occupazione può essersi ridotta per fattori tecnologici (*capital-using shift* nella definizione di Blanchard)
- come evidenzia Rowthorn (1996), l'elasticità della funzione di produzione all'occupazione non è costante se si abbandona l'ipotesi della funzione di produzione Cobb Douglas; dipende in modo cruciale dalla disponibilità di capitale pro-capite. La riduzione di questa grandezza (*capital scarcity*) negli ultimi anni può essere alla base della riduzione della quota del lavoro.

La quota del lavoro può dipendere allora da grandezze differenti a seconda della funzione di produzione utilizzata (in particolare il ruolo giocato dall'elasticità di sostituzione fattoriale è cruciale e, come evidenzia Rowthorn, esistono valide ragioni basate su analisi empiriche per ritenere che questa elasticità sia inferiore all'unità), delle modalità con cui si ritiene siano fissati salari e prezzi, della

⁶Ma anche forme di contrattazione sui livelli occupazionali, su cui torneremo in seguito.

⁷La differenza tra salario e produttività marginale può inoltre dipendere da pratiche di contrattazione efficiente tra le parti sociali, come vedremo nel paragrafo successivo.

possibilità che le imprese si trovino o meno ad operare lungo la loro funzione di domanda di lavoro.

Il modello del paragrafo successivo cerca di conglobare in un unico approccio i fattori che possono aver modificato la distribuzione funzionale del reddito, basando l'analisi sulla possibilità che esista un processo di contrattazione efficiente⁸ tra impresa e lavoratori che concerne tanto il salario che l'occupazione. In questo modo si proporrà una giustificazione dell'esistenza di differenze tra produttività marginale e salario reale basata sull'ipotesi che le imprese mantengano lavoratori "in eccesso" perchè questo è imposto dai lavoratori al momento della contrattazione⁹.

4 Contrattazione efficiente e quota del lavoro

4.1 Il modello

Le parti sociali contrattano congiuntamente su salari e occupazione, secondo le ipotesi della contrattazione di Nash. Sia:

$$V(\omega, N) = (U(\omega) - U(B)) N$$

l'utilità del sindacato al netto del fallback income¹⁰, con ω salario reale per occupato, B reddito percepito in caso di disoccupazione, quindi pari all'incremento di utilità dovuto al maggior tempo libero e eventuale sussidio di disoccupazione in termini reali¹¹ e N occupazione. Sia inoltre:

$$\Pi(\omega, N) = sF(N, K) - \omega N \quad (2)$$

il profitto dell'impresa al netto del fallback income¹², con s shock esogeno distribuito normalmente con media 1 e varianza finita, N occupazione e K capitale.

Il problema di contrattazione efficiente può essere scritto:

$$\max_{\omega, N} (\beta \ln(V(\omega, N)) + \ln(\Pi(\omega, N)))$$

⁸Del tipo proposto da Mc Donald, Solow, 19

⁹La contrattazione efficiente, come è noto, porta ad esiti che, pur essendo pareto-ottimali, non costituiscono equilibri di Nash (vedi Layard, Nickell, Jackman 1991). In particolare l'impresa avrebbe interesse a non sostituire i lavoratori che si dimettono volontariamente, riportando gradualmente l'occupazione sui livelli desiderati. Il fatto che la contrattazione tra parti sociali sia ripetuta a intervalli regolari giustifica l'adozione di questo schema di contrattazione.

¹⁰Data una funzione di utilità del sindacato $V = \frac{N}{G}(U(w)) + (1 - \frac{N}{G})U(B)$ e un fallback income pari a $U(B)$, con G numero di iscritti al sindacato, supposto costante quindi irrilevante nelle derivazioni successive, si ottiene l'equazione del testo.

¹¹Il termine utilizzato nel seguito per definire B sarà quello di *outside options*

¹²Abbiamo supposto che l'impresa, in caso di mancato accordo, sopporti comunque il costo del capitale, quindi che il *fallback income* dell'impresa sia pari a $-rK$

dove β indica la forza contrattuale del sindacato. La soluzione del problema di massimo porta alle due seguenti equazioni:

$$\frac{d}{dN} \Rightarrow \quad \frac{\beta}{N} = \frac{\omega - sF'_N}{\Pi} \quad (3)$$

$$\frac{d}{d\omega} \Rightarrow \quad \beta \frac{U'_\omega}{U(\omega) - U(B)} = \frac{N}{\Pi} \quad (4)$$

Dove per semplicità abbiamo scritto $F'_N = F'_N(N, K) = \frac{dF}{dN}$ e $U'_\omega = U'_\omega(\omega) = \frac{dU}{d\omega}$.

Dividendo le due equazioni tra di loro si ottiene una relazione tra salario reale e occupazione che individua gli esiti possibili della contrattazione; questa relazione è comunemente definita *curva dei contratti efficienti*.

$$\frac{U(\omega) - U(B)}{U'_\omega} = \omega - sF'_N \quad (5)$$

Questa equazione ci dice che se il salario contrattato è maggiore delle *outside options*, B , cioè se la parte a sinistra dell'uguale è positiva, allora il salario deve essere maggiore della produttività marginale del lavoro. La contrattazione efficiente, come risaputo, porta le imprese ad operare con un livello di occupazione in eccesso rispetto a quella ottimale. Shock esogeni incidono sulla curva dei contratti.

Dall'equazione 5 è agevole calcolare che la pendenza della curva dei contratti nello spazio (ω, N) è positiva¹³. Quando l'occupazione cresce, cresce anche il salario reale. Una conseguenza importante ai nostri fini è che, data una elasticità del prodotto all'occupazione minore dell'unità, aumenti dell'occupazione *devono* essere allora accompagnati da aumenti della quota del lavoro sul prodotto.

Supponiamo che i lavoratori siano avversi al rischio, con funzione di utilità data da:

$$U(x) = x^\mu$$

Allora, la curva dei contratti può essere scritta:

$$\omega - sF'_N = \frac{\omega}{\mu} \left[1 - \left(\frac{B}{\omega} \right)^\mu \right] \quad (6)$$

¹³Derivando in forma implicita l'equazione 5 si ottiene $\frac{d\omega}{dN} = \frac{sF''_N}{\frac{U(\omega) - U(B)}{(U'_\omega)^2}} U''(\omega)$. Data una funzione di produzione concava, l'avversione al rischio dei lavoratori è condizione sufficiente per avere una curva dei contratti inclinata positivamente.

Sostituiamo la definizione di profitto dell'impresa (2) nell'equazione 3; otteniamo il profitto per occupato:

$$\frac{sF(N, K)}{N} - \omega = \frac{1}{\beta} (\omega - sF'_N) \quad (7)$$

Il sistema delle equazioni 6 e 7 può essere risolto nelle due incognite ω e N .

Dato che il nostro interesse verte sulla valutazione della quota del lavoro, moltiplichiamo l'equazione 7 per $\frac{N}{sF(N, K)}$ e teniamo conto delle definizioni della quota del lavoro $q = \frac{wN}{sF(N, K)}$ e dell'elasticità del prodotto all'occupazione $\varepsilon_{F, N}(N, K) = \frac{dF(N, K)}{dN} \frac{N}{F(N, K)}$. Otteniamo facilmente:

$$q(N, K) = \frac{\beta + \varepsilon_{F, N}}{1 + \beta} \quad (8)$$

La quota del lavoro dipende soltanto dal potere contrattuale del sindacato (β) e dall'elasticità del prodotto all'occupazione. Se l'elasticità del prodotto all'occupazione è indipendente da β , la quota del lavoro è crescente in β .

La quota del lavoro coincide con quella "tradizionale" solo se $\beta = 0$, cioè se, in fase di contrattazione, il sindacato non ha nessun potere. Se il parametro β tende all'infinito, la quota del lavoro tende all'unità. Il sindacato è in grado di appropriarsi di tutto il surplus generato nella produzione. Pertanto, a seconda della forza del sindacato in sede di contrattazione, la quota del lavoro varia tra quella "neoclassica" e l'unità.

Moltiplichiamo anche l'equazione 6 per $\frac{N}{sF(N, K)}$ e sostituiamo l'equazione 8. Otteniamo:

$$\omega(N, K) = B \left(\frac{\beta + \varepsilon_{F, N}}{(1 - \mu)\beta + (1 + \beta\mu)\varepsilon_{F, N}} \right)^{\frac{1}{\mu}} \quad (9)$$

Le due equazioni precedenti ci forniscono molte informazioni che, per essere sviluppate, necessitano della definizione di una funzione di produzione da cui ricavare il valore $\varepsilon_{F, N}$.

4.2 Le determinanti della quota del lavoro

Introduciamo l'ipotesi che la funzione di produzione delle imprese sia di tipo CES:

$$F(N, K) = \left(a(\Lambda N)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-a)(K)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$$

dove $0 < a < 1$, σ è l'elasticità di sostituzione fattoriale, Λ è un indicatore di efficienza del lavoro.

Definiamo il prodotto pro capite in unità di efficienza $y = \frac{F}{\Lambda N}$ e il capitale pro-capite misurato anch'esso in unità di efficienza $k = \frac{K}{\Lambda N}$; possiamo allora scrivere¹⁴. :

$$y(k) = \left[a + (1 - a)k^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \quad (10)$$

E' facile dimostrare che in questo caso l'elasticità del prodotto all'occupazione è funzione solo del capitale pro-capite in unità di efficienza (k), cioè che:

$$\varepsilon_{F,N} = \frac{dF}{dN} \frac{N}{F} = \varepsilon(k) = \frac{a}{a + (1 - a)k^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}} \quad (11)$$

Quindi la quota del lavoro e il salario dipendono dal capitale pro-capite (k)¹⁵.

Proposizione 1 *Data una elasticità di sostituzione fattoriale minore dell'unità ($\sigma < 1$), livelli più elevati del capitale pro-capite misurato in unità di efficienza aumentano la quota del lavoro sul prodotto ($\frac{dq}{dk} > 0$) e riducono il salario per unità di efficienza ($\frac{dw}{dk} < 0$); viceversa se $\sigma > 1$*

Dimostrazione 1 *Data l'equazione 11, la variazione dell'elasticità rispetto al capitale pro-capite è:*

$$\frac{d\varepsilon(k)}{dk} = \frac{1 - \sigma}{\sigma} \frac{1 - a}{a} [\varepsilon(k)]^2 k^{-\frac{1}{\sigma}} \quad (12)$$

E il segno di questa derivata è dato da $1 - \sigma$.

Dall'equazione 8 si verifica che $\frac{dq}{d\varepsilon(k)} > 0$; quindi il segno della variazione della quota rispetto al capitale pro capite coincide con $1 - \sigma$.

Ponendo $W = \left(\frac{\omega(k)}{B} \right)^\mu$, otteniamo dall'equazione 9 che:

$$\frac{dW}{d\varepsilon(k)} = \frac{-(\beta\mu)(1 + \beta)}{(\beta(1 - \mu) + \varepsilon(k)(1 + \beta\mu))^2} < 0$$

allora, il segno della derivata del salario rispetto il capitale pro-capite è opposta a quello della derivata della quota rispetto il capitale pro-capite.

Emerge che il salario e la quota del lavoro si muovono sempre in direzioni opposte al variare del capitale pro-capite, indipendentemente dal valore assunto dall'elasticità di sostituzione fattoriale. Si noti che, a parità di altre condizioni, un

¹⁴Il progresso tecnico ha un effetto risparmiatore di lavoro Λ è crescente nel tempo

¹⁵Questo non è più vero se l'elasticità di sostituzione fattoriale σ è pari all'unità; in questo caso, la CES collassa nella Cobb-Douglass e l'elasticità $\varepsilon_{F,N}$ diventa una costante.

aumento dell'efficienza del lavoro Λ riduce k e riduce quindi la quota del lavoro (per $\sigma < 1$).

Dalle analisi svolte fino ad ora non abbiamo ancora definito il livello dell'occupazione (e quindi, per un dato capitale, del capitale pro-capite) che emerge dalla contrattazione tra le parti sociali. A tal fine, riprendendo la definizione di quota del lavoro, possiamo definire la funzione:

$$T = q(k)s\Lambda y(k) - \omega(k) = 0 \quad (13)$$

Dove $q(k)$ è definito¹⁶ nell'equazione 8, $y(k)$ nell'equazione 10 e $\omega(k)$ nell'equazione 9. La soluzione dell'equazione 13 definisce il capitale pro-capite che emerge dalla contrattazione, quindi, per un dato livello di capitale e di efficienza dei fattori produttivi, definisce l'occupazione. Una soluzione esplicita per il livello dell'occupazione è possibile solo nel caso di funzioni di produzione con elasticità di sostituzione fattoriale pari all'unità. Questo è un caso particolare, peraltro non supportato dalle osservazioni empiriche (vedi Rowthorn, 1996) che, come abbiamo visto, porta a conclusioni poco rilevanti per l'analisi. Si noti comunque che, dato che la curva dei contratti è inclinata positivamente e dato che l'esito della contrattazione *deve* trovarsi sulla curva dei contratti, l'occupazione si muove nella stessa direzione del salario¹⁷.

Analizziamo ora gli effetti di variazioni esogene della forza contrattuale del sindacato (β) sulla quota del lavoro e sull'occupazione. A tal fine, consideriamo che la funzione 13 può essere differenziata rispetto a k , β , e rispetto agli altri parametri del modello. Ai nostri fini ci interessa sottolineare che:

Proposizione 2 *All'aumentare del potere contrattuale del sindacato il capitale pro-capite si riduce. Per uno stock di capitale dato, l'occupazione aumenta.*

Dimostrazione 2 *Prova: vedi appendice*

Se il potere contrattuale del sindacato aumenta più lavoratori vengono assunti in seguito alle modalità con cui avviene la contrattazione; se supponiamo che il livello di capitale fisico sia dato nel breve periodo, questo comporta una riduzione del capitale pro-capite.

¹⁶Nel caso della CES, la quota del lavoro è funzione soltanto del capitale pro-capite in unità di efficienza. Pertanto, scriveremo d'ora in poi $q(k)$ invece di $q(F, N)$ come nell'equazione 8; lo stesso vale per il salario

¹⁷Se supponiamo individui neutrali al rischio ($\mu = 1$) è possibile definire analiticamente il livello occupazionale. In questo caso la curva dei contratti diventa però verticale e l'occupazione non dipende più dal potere contrattuale del sindacato. Questo caso è sinteticamente analizzato in seguito.

Proposizione 3 *La quota del lavoro è crescente rispetto il potere contrattuale del sindacato*

Dimostrazione 3 *Prova: vedi appendice*

Le due proposizioni precedenti ci portano a considerare l'ipotesi che riduzioni del potere contrattuale del sindacato possano essere alla base dei fatti stilizzati verificatisi nei paesi europei negli anni '90.

Proposizione 4 *Il salario per occupato è crescente rispetto il potere contrattuale del sindacato*

Dimostrazione 4 *Prova: vedi appendice*

Questo risultato ci dice che il salario si muove nella stessa direzione dei livelli occupazionali rispetto variazioni nella forza contrattuale delle parti; è comune ai modelli con contrattazione efficiente e dipende dal fatto che la curva dei contratti è inclinata positivamente.

4.3 Riepilogo

Per quanto abbiamo affermato, la quota del lavoro dipende da:

- fattori istituzionali: potere contrattuale del sindacato e sussidi di disoccupazione (che incidono sulle *outside options*)
- fattori tecnologici e preferenze: parametri della funzione di produzione e avversione al rischio dei lavoratori
- fattori strutturali, individuati nel capitale pro capite.

La riduzione della quota del lavoro evidenziata nelle figure 1, 2 e la relazione negativa tra andamento della quota del lavoro e dell'occupazione che si è verificata in Italia (figura 3) ma anche in altri paesi europei può essere spiegata dalle conclusioni precedenti?

La spiegazione basata sulla variazione dei parametri "di fondo" (tecnologia e preferenze) non ci sembra accettabile almeno finché non si spieghi il perché delle differenze tra Europa e Stati Uniti. Ci sembra invece che le altre due spiegazioni rendano compatibile il modello con la realtà empirica.

Da un lato si è visto che una riduzione del capitale pro-capite riduce la quota del lavoro; questo, come sottolinea Rowthorn, può essere successo soprattutto nei paesi europei.

Dall'altro lato l'analisi sviluppata prevede che ad una riduzione del potere contrattuale dei sindacati fa da contraltare una contemporanea riduzione della quota del lavoro e dell'occupazione. Nel nostro modello il canale attraverso cui quota del lavoro e occupazione tendono a ridursi è basato sulla conflittualità che induce modificazioni nella tecnologia ottimale utilizzata dalle imprese; in particolare una riduzione del potere sindacale aumenta l'intensità di capitale.

Nei paesi europei l'indicatore comunemente utilizzato per valutare la "forza" del sindacato, cioè il numero di iscritti, ha subito una drastica riduzione. Anche il livello di conflittualità misurato dalla partecipazione agli scioperi è diminuito.

Prima di procedere però ad analizzare queste ipotesi più a fondo è opportuno porsi un'altra questione: come il modello presentato incide sull'accumulazione di capitale? La contrattazione, come delineata in questo paragrafo, porta a conclusioni dipendenti dal livello del capitale K . Questa grandezza, considerata fino ad ora esogena, è in realtà una variabile di scelta del sistema delle imprese, e indubbiamente non è indipendente dalla distribuzione del reddito. Nel prossimo paragrafo cercheremo allora di delineare un modello di accumulazione.

5 La compatibilità internazionale

Il tasso di rendimento del capitale investito può essere scritto:

$$\rho(k) = (1 - q(k)) \frac{y(k)}{k}$$

con $q(k)$ definita nell'equazione 8.

Il rendimento del capitale investito all'interno del sistema economico può essere differente dal rendimento del capitale investito sull'estero, che definiamo r . In questo caso si può pensare che il capitale affluisca ($\rho(k) > r$) oppure defluisca ($\rho(k) < r$) dal paese.

Cosa succede allora nel sistema economico? Il comportamento del sindacato e delle imprese in sede di contrattazione, delineato nel paragrafo precedente, porta a concludere che il tasso di variazione dell'occupazione è pari al tasso di variazione del capitale, in modo da lasciare il capitale pro-capite invariato¹⁸. Di fatto, quindi, ci si troverebbe di fronte ad una situazione in cui il sistema "esplode", con livelli di capitale e occupazione che tendono a infinito se $\rho(k) > r$ e che tendono a zero nel caso opposto. Questo vuol dire che, se $\rho(k) \neq r$, il sistema diventa esplosivo. Per analizzare i vincoli imposti dalla mobilità dei capitali su sistema economico,

¹⁸In effetti, la soluzione del problema di massimizzazione definisce un livello di k , il capitale pro capite in unità di efficienza. Quindi, variazioni nei livelli di K , dovuti ad esempio ad un tasso di rendimento del capitale interno maggiore di quello estero, sono completamente compensati da variazioni nei livelli occupazionali decisi in sede di contrattazione.

procediamo ad una semplificazione del modello, analizzando il caso con lavoratori neutrali rispetto al rischio.

5.1 Il caso di lavoratori neutrali al rischio

In questo caso la curva dei contratti è verticale (vedi nota 13) e quindi il livello di occupazione è indipendente dalla forza contrattuale del sindacato e dal salario; questa ipotesi ci permette di giungere a soluzioni esplicite per le variabili di interesse.

Per $\mu = 1$, tenendo conto delle equazioni 8, 9, 10,11, risolviamo l'equazione 13 in $\varepsilon(k)$ ¹⁹; si ottiene che:

$$\varepsilon^\circ = a^\sigma \left(\frac{B}{s\Lambda} \right)^{1-\sigma}$$

Nota l'elasticità del prodotto all'occupazione, che dipende solo da parametri del modello, possiamo sostituire nell'equazione 11 per determinare k :

$$k^\circ = \left(\frac{1-a}{a} \frac{\varepsilon^\circ}{1-\varepsilon^\circ} \right)^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \quad (14)$$

utilizzando la definizione di $k = \frac{K}{\Lambda N}$, si ottiene il livello di occupazione: $N^\circ = k^\circ \frac{1}{\Lambda} K$. Nel caso di individui neutrali al rischio, l'occupazione non dipende dal potere contrattuale del sindacato β , ma dipende, oltre che dai parametri tecnologici a , σ e Λ e dal livello di capitale, dal livello del sussidio di disoccupazione, con segno negativo.

Dato il valore di equilibrio di ε° possiamo calcolare facilmente salario di equilibrio e quota del lavoro di equilibrio utilizzando le equazione 9 e 8:

$$\omega^\circ = \frac{1}{1+\beta} \left(\frac{\beta + \varepsilon^\circ}{\varepsilon^\circ} \right) B$$

$$q^\circ = \frac{\beta + \varepsilon^\circ}{1 + \beta} \quad (15)$$

Ovviamente, si conferma anche in questo caso particolare che la quota del lavoro e i salario per occupato sono sempre crescenti rispetto al potere contrattuale del sindacato. Il salario è pari al sussidio di disoccupazione se il sindacato non ha

¹⁹Si tenga conto che vale: $y(k) = \left(\frac{a}{\varepsilon(k)} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$

potere contrattuale $\beta = 0$; in questo caso, la quota del lavoro coincide con quella neoclassica. Inoltre²⁰, otteniamo che il salario per occupato dipende positivamente dal sussidio di disoccupazione (infatti $\frac{dw^\circ}{dB} = \frac{\varepsilon^\circ + \beta\sigma}{(1+\beta)\varepsilon^\circ}$), così come la quota del lavoro. Aumenti nella produttività del lavoro, viceversa, riducono la quota del lavoro e aumentano il salario.

5.2 Compatibilità internazionale e rendimento del capitale

Nel caso della funzione di produzione di tipo CES, , date le equazioni 10 e 11 e nel caso di $\mu = 1$ (quindi utilizzando l'equazione 15) è agevole definire il rendimento del capitale investito ($\rho(k)$) come²¹:

$$\rho(k) = \frac{1 - \varepsilon^\circ}{1 + \beta} \frac{\left(a + (1 - a)k^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}}{k} \quad (16)$$

Ci chiediamo quali siano le condizioni per le quali il tasso di rendimento estero (r) e quello interno coincidono. Quindi, risolviamo in k l'equazione $\rho(k) = r$ per determinare quale livello di capitale pro-capite (k^*) sia compatibile con il rendimento del capitale sui mercati stranieri (r). Si ottiene:

$$k^* = \left[\frac{1}{a} \left(\frac{1 - \varepsilon^\circ}{r(1 + \beta)} \right)^{\frac{1-\sigma}{\sigma}} - \frac{(1 - a)}{a} \right]^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \quad (17)$$

Abbiamo pertanto due differenti definizioni del capitale pro-capite: quella che scaturisce dall'equazione 14 e quella dell'equazione 17. La prima delle due equazioni deriva dall'aggiustamento dei livelli occupazionali al capitale fisso in seguito al processo di contrattazione, la seconda deriva dal movimento dei capitali (K) generato dal differenza di competitività tra sistema interno e estero. Le due equazioni potrebbero essere espresse in termini di funzioni di reazione: $N^\circ = f(K) = k^\circ \frac{1}{\Lambda} K$ e $K^* = g(N) = k^* \Lambda N$; una possibile rappresentazione è offerta nella figura 9. La rappresentazione grafica di entrambe le curve di reazione evidenzia come il solo punto di intersezione si abbia nell'origine; il sistema è quindi esplosivo.

Per come è rappresentata la figura 9, il valore di k^* è minore di k° . Questo implica che l'occupazione che il sistema economico raggiunge in seguito al processo di contrattazione sia inferiore a quella che raggiungerebbe se la redditività del capitale fosse pari a quella prevalente nel resto del mondo.

²⁰Nel seguito, se non diversamente specificato, supporremo, seguendo Rowthorn e i risultati della stragrande maggioranza delle stime empiriche, che $\sigma < 1$.

²¹Nel seguito che lo shock sia sul suo livello medio, $s = 1$

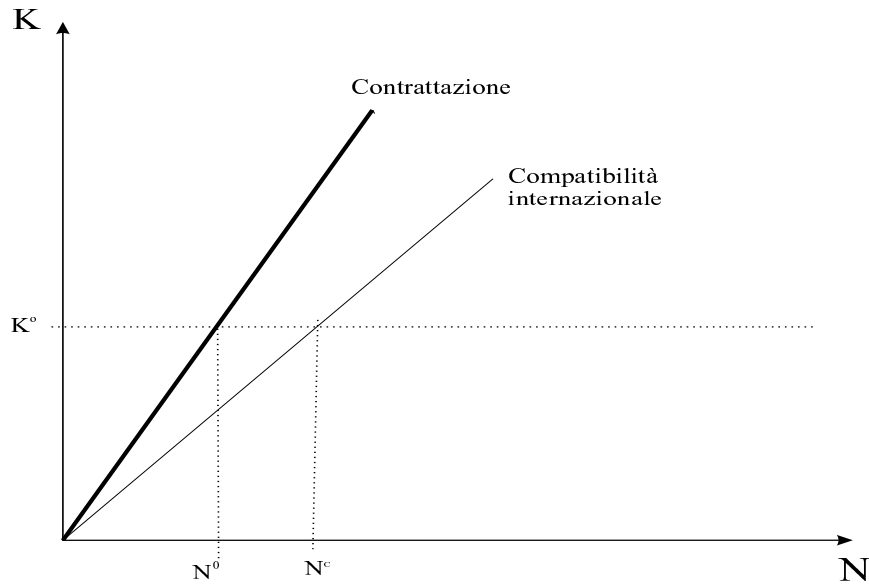


Figura 9: Funzioni di reazione delle imprese e dei lavoratori

In generale, il rapporto tra livello di occupazione derivante dalla contrattazione e livello "compatibile" con le condizioni internazionali ($\frac{N^{\circ}}{N^*}$) è dato dal rapporto tra k^* come definito nell'equazione 17 e k° definito nell'equazione 14. Non ci sono ragioni per ritenere che l'esito della contrattazione sia tale che $N^{\circ} < N^*$.²²

Abbiamo già sottolineato che i comportamenti di sindacati e imprese portano ad una situazione nella quale il sistema economico è intrinsecamente instabile. Questo, se facciamo riferimento alla figura 9 dipende dal fatto che le funzioni di reazione delle imprese si intersecano solo in corrispondenza dell'origine degli assi, nella realtà economica individua comportamenti delle parti sociali che si autorinforzano. Se la contrattazione porta a rendimenti del capitale più bassi di quelli prevalenti a livello internazionale, i capitali defluiscono e, dato che le modalità di contrattazione fanno sì che il capitale pro-capite resti invariato, i livelli occupazionali si riducono. Ma il tasso di rendimento del capitale resta allo stesso livello, quindi i capitali continueranno a defluire, così come l'occupazione continuerà a ridursi (e l'inverso avviene se il tasso di rendimento interno del capitale è più elevato di quello internazionale). Chiaramente questo processo richiede tem-

²²Si noti che, dato che in questo paragrafo analizziamo una situazione nella quale gli individui sono neutrali al rischio, il livello dell'occupazione che emerge dalla contrattazione non dipende dal potere contrattuale delle parti. In generale, invece, l'occupazione aumenta all'aumentare della forza del sindacato. In qualche modo, al fine di determinare analiticamente il livello di contrattazione, "sottostimiamo" l'occupazione di breve periodo.

po e comunque dipende dalla frequenza della contrattazione e dai ritardi necessari per aggiustare il capitale.

Più che interessarci a questo processo, ci preme sottolineare che la compatibilità con il vincolo estero richiede che esistano dei meccanismi che portino il rendimento del capitale ad essere pari a quello vigente all'estero.

Supponiamo che, quando il rendimento del capitale all'interno del paese è "troppo" basso e i minori investimenti portano ad una riduzione occupazionale, il potere contrattuale del sindacato diminuisca²³; viceversa se il rendimento del capitale all'interno del sistema economico è più elevato di quello ottenibile all'estero, allora il sistema va verso la piena occupazione e questo rende il sindacato più "forte". Il mercato internazionale dei capitali funge da deterrente ad azioni sindacali che tendano a ridurre troppo la profittabilità delle imprese. Di fatto ipotizziamo che il nostro parametro β sia dipendente dal livello di occupazione con segno positivo.

Interessiamoci alla situazione di equilibrio: esiste un unico livello di β che rende il sistema economico stabile (cioè che rende costante il livello occupazionale e il livello del capitale), quello che emerge dall'uguaglianza tra rendimento interno e rendimento estero del capitale ($\rho(k) = r$) cioè quel livello di β che rende uguali le pendenze delle due funzioni nel grafico 9.

Quindi, ponendo $k^* = k^\circ$ definiti nelle equazioni 17 e 14, è agevole calcolare il livello del potere contrattuale del sindacato "compatibile" con il vincolo estero. Si ottiene:

$$\beta^* = \frac{1}{r} \left(\frac{1 - \varepsilon^\circ}{(1 - a)^\sigma} \right)^{\frac{1}{1-\sigma}} - 1 \quad (18)$$

Il potere del sindacato dipende negativamente dal tasso di interesse internazionale e dai sussidi di disoccupazione (che, si ricordi, entrano con segno positivo in ε°) se continuiamo a supporre $\sigma < 1$. Sulla base di questa definizione di β possiamo calcolare la quota del lavoro compatibile con il vincolo estero sostituendo nell'equazione 15 il valore di β^* :

$$q^* = 1 - r \left(\frac{1 - a}{1 - \varepsilon^\circ} \right)^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \quad (19)$$

²³Si potrebbe pensare che anche l'intervento pubblico, che nel nostro caso prende corpo attraverso i sussidi alla disoccupazione, potrebbe svolgere la funzione di portare il rendimento del capitale al livello prevalente all'estero. Di fatto, la politica dei redditi prevede sia una moderazione contrattuale esemplificata nel modello da β sia la mediazione pubblica del conflitto di interessi tra le parti, attuata attraverso il sussidio di disoccupazione B .

Proposizione 5 *Quando si tiene conto dei movimenti di capitale tra sistemi economici, la quota del lavoro dipende negativamente dal tasso di interesse prevalente a livello internazionale, positivamente dal sussidio di disoccupazione, negativamente dagli shock e dall'efficienza del lavoro.*

Dimostrazione 5 *Il segno della derivata della quota del lavoro rispetto ε° è dato da: $\frac{dq^*}{d\varepsilon^\circ} = (1 - q^*) \frac{\sigma}{1-\sigma} \frac{1-a}{(1-\varepsilon^\circ)^2}$: quindi $\text{sign}(\frac{dq^*}{d\varepsilon^\circ}) = \text{sign}(1 - \sigma)$. Dato che $\text{sign}(\frac{d\varepsilon^\circ}{dB}) = \text{sign}(1 - \sigma)$, il segno della relazione tra q^* e B è sempre positivo. E' invece sempre negativa la relazione tra q^* e s e Λ .*

Si noti che quando l'elasticità coincide con il parametro a della funzione CES, la quota del lavoro è pari all'unità meno il tasso di rendimento del capitale²⁴.

Infine, possiamo definire il livello salariale compatibile riprendendo l'equazione 9:

$$\omega^* = \left[1 - r \left(\frac{1-a}{1-\varepsilon^\circ} \right)^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \right] \frac{B}{\varepsilon^\circ}$$

Anche il salario è crescente rispetto il livello dei sussidi e decrescente rispetto il tasso di interesse. Si noti che se la quota del lavoro (q) coincide con l'elasticità del prodotto all'occupazione (ε°), allora il salario coincide ancora con il livello del sussidio di disoccupazione.

6 Considerazioni conclusive

Il fatto empirico che abbiamo sottolineato riguarda la riduzione della quota del lavoro sul prodotto verificatasi nei paesi europei. Questo fenomeno, che non è presente invece nei paesi anglosassoni e in Giappone, è avvenuto nel periodo in cui i tassi di disoccupazione europei tendevano a crescere. La letteratura economica che ha analizzato l'andamento della quota del lavoro si è soffermata soprattutto nell'analisi dei parametri tecnologici e nell'analisi del ruolo giocato dall'evoluzione del capitale pro-capite.

Poco spazio è stato lasciato in questa letteratura all'analisi dei fattori istituzionali, in particolare al ruolo del sindacato. Questo nonostante il periodo oggetto di analisi sia stato caratterizzato da un rilevante ridimensionamento del sindacato in alcuni paesi Europei. Anche in Gran Bretagna, durante il periodo thatcheriano, il ruolo dei sindacati si è ridotto fortemente.

²⁴In realtà, ε° può essere uguale ad a solo se $k = \frac{K}{\Lambda N} = 1$; in tal caso r rappresenta non solo il tasso di rendimento del capitale, ma anche la quota del capitale sul prodotto

In questo contributo si è cercato di considerare come la contrattazioni tra le parti sociali possa avere un suo ruolo nel definire le quote distributive. In particolare, nell'ambito di un modello di contrattazione efficiente si è dimostrato che sindacati con maggior potere contrattuale ottengono salari e livelli occupazionali più elevati. La riduzione del ruolo del sindacato in alcuni paesi può allora essere una causa, complementare a quelle già indicate, della contemporanea riduzione dell'occupazione e della quota del lavoro. Questo risultato sembra essere coerente con l'esperienza storica dei paesi europei, ma anche della Gran Bretagna, seppure con alcuni anni di anticipo rispetto al resto d'Europa. Parallelamente alla riduzione della quota si è verificato anche un significativo aumento della disoccupazione che è coerente con le previsioni del modello.

Si è infine posto in evidenza come, in un mondo dove vige la completa libertà di movimento dei capitali, esista un unico livello del potere sindacale che annulla i deflussi e gli afflussi di capitale. Se la politica dei redditi porta a tale livello, la quota del lavoro dipende dal tasso di interesse internazionale con segno negativo. L'aumento dei tassi di interesse reali avvenuto negli anni '80 può allora contribuire a spiegare la riduzione della quota del lavoro.

Occorre precisare tuttavia che la soluzione del modello, pur determinando la quota del lavoro in equilibrio, non determina l'occupazione né il livello del capitale fisico. In ciascun istante, la dimensione dell'economia è conseguenza dell'accumulazione del capitale precedente (K_0). Per definire la dinamica dell'occupazione nel tempo, occorre invece costruire un più articolato modello di equilibrio generale dinamico.

Riferimenti bibliografici

- [1] Goodwin, Richard (1967) *A growth Cycle*, in Feldstein C.H. (editor) *Socialism, Capitalism and economic Growth*, Essay presented for Maurice Ross, pp. 54-58, Cambridge Univ. Press.
- [2] Blanchard, Olivier (1997) *The medium run*, *Brooking Papers on Economic Activity* No. 2, 89-158
- [3] Blanchard, Olivier (1998) *Revisiting European Unemployment: Unemployment, Capital Accumulation and Factor Prices*, NBER working paper No. 6566.
- [4] Rowthorn, Robert (1996) *Unemployment, Wage Bargaining and Capital-Labour Substitution*, Centre for Business Research, University of Cambridge, Working Papers No. 38
- [5] Rowthorn, Robert (1999) *Unemployment, Capital-Labour Sostitution and Economic Growth*, International Monetary Fund Working paper No. 43
- [6] McDonald, Ian M., Solow, Robert M. (1981) *Wage Bargaining and Employment*, *American Economic Review*, 71, pp. 896-908
- [7] Layard, Richard - Nickell, Stephen - Jackman, Richard (1991) *Unemployment*, Oxford University Press, Oxford

Appendice

A Dimostrazione della Proposizione 2

Cerchiamo di determinare il segno di $\frac{dk}{d\beta}$; per far questo utilizziamo l'equazione 13²⁵, da cui si ottiene facilmente la seguente derivata parziale rispetto k :

$$T'_k = q'_k y + y'_k q - \omega'_k$$

Se l'elasticità di sostituzione tra lavoro e capitale è inferiore all'unità, emerge da quanto detto dimostrando la proposizione 1 che $q'_k > 0$ e che $\omega'_k < 0$; dato inoltre che il prodotto è sempre crescente rispetto al capitale pro-capite, si ha che, per $\sigma < 1$ vale sempre $T'_k > 0$.

Il caso con $\sigma > 1$ è più complesso. Per semplificare la notazione, poniamo $\Lambda = 1$ e sostituiamo le definizioni di:

$$q'_k = \frac{1}{1 + \beta} \varepsilon'_k \quad (a)$$

e di

$$\omega'_k = -\frac{\beta}{(1 - \mu)\beta + (1 + \beta\mu)\varepsilon(k)} y \varepsilon'_k$$

ottenuta tenendo conto della definizione di $q(k)$ e tenendo conto che $y = \frac{\omega}{q}$. Inoltre, teniamo conto che:

$$y'_k = -\frac{\sigma}{\sigma - 1} \frac{y}{\varepsilon(k)} \varepsilon'_k \quad (b)$$

Sostituendo le tre derivate nell'equazione che definisce T'_k , si nota immediatamente che il termine $y \varepsilon'_k$ è comune alle tre somme, e può quindi essere messo in evidenza. Inoltre, con alcuni altri semplici passaggi algebrici e utilizzando la definizione di ε'_k definita nella dimostrazione della proposizione 1, si può scrivere:

$$T'_k = \frac{1}{1 + \beta} \frac{1 - a}{a} y(k) \varepsilon^2 k^{-\frac{1}{\sigma}} \left[\frac{1 - \sigma}{\sigma} - \frac{\beta + \varepsilon}{\varepsilon} + \frac{1 - \sigma}{\sigma} \frac{\beta(1 + \beta)}{(1 - \mu)\beta + (1 + \beta\mu)\varepsilon(k)} \right]$$

Pertanto, T'_k è positivo se il termine entro parentesi quadra è positivo. Consideriamo solo la parte entro parentesi quadra e mettiamo in evidenza il denominatore

²⁵Teniamo conto che nella funzione T i valori delle variabili vanno ora considerati funzioni tanto di k che di β ; cioè: $x = x(k, \beta)$ per $x = y, x = q, x = \omega$. Per semplificare la notazione, scriviamo le variabili senza questa indicazione

della terza frazione moltiplicato per ε . Otteniamo che dentro la parentesi quadra resterà la seguente equazione:

$$\frac{\varepsilon}{\beta} [1 - \mu)\beta + (1 + \beta\mu)\varepsilon + \beta(1 + \beta)] + \beta^2(1 - \mu(1 - \varepsilon))$$

che, dato che $\varepsilon < 1$ è sicuramente positiva. Dato che avremo bisogno in seguito della definizione di T'_k , possiamo scrivere:

$$T'_k = \frac{1}{1 + \beta} \frac{1 - a}{a} y(k) \varepsilon^2 k^{-\frac{1}{\sigma}} \frac{\frac{1}{\sigma} [(1 + \beta)(1 - \mu)\beta + (1 + \beta\mu)\varepsilon] + \beta^2(1 - \mu) \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon}}{(1 - \mu)\beta + (1 + \beta\mu)\varepsilon}$$

Riprendiamo ora l'equazione 13 e calcoliamo la derivata parziale rispetto β :

$$T'_\beta = q'_\beta y + y'_\beta q - w'_\beta$$

Dove:

$$q'_\beta = \frac{1 - \varepsilon}{(1 + \beta)^2} \quad (c)$$

$$\omega'_\beta = \frac{(1 - \varepsilon)\varepsilon}{(\beta + \varepsilon)[(1 - \mu)\beta + (1 + \beta\mu)\varepsilon]} \omega$$

e infine $y'_\beta = 0$. Tenendo conto nella definizione di ω'_β che $\omega = yq$ e mettendo in evidenza $\frac{1 - \varepsilon(k)}{1 + \beta} y$, si ottiene:

$$T'_\beta = \frac{1 - \varepsilon}{(1 + \beta)^2} y \left[1 - \frac{(1 + \beta)\varepsilon}{(1 - \mu)\beta + (1 + \beta\mu)\varepsilon} \right]$$

sviluppando il minimo comun denominatore entro la parentesi quadra con alcuni semplici passaggi si ottiene:

$$T'_\beta = \left(\frac{1 - \varepsilon}{1 + \beta} \right)^2 \frac{(1 - \mu)\beta}{(1 - \mu)\beta + (1 + \beta\mu)\varepsilon} y$$

quindi T'_β è sempre positivo. Pertanto, dato $T'_\beta > 0$, $T'_k > 0$, deve valere $\frac{dk}{d\beta} < 0$.

E' ovviamente possibile anche definire esplicitamente il valore di $\frac{dk}{d\beta}$ che utilizzeremo in seguito:

$$\frac{dk}{d\beta} = - \frac{\frac{a}{1-a} \frac{1}{1+\beta} \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \right)^2 k^{\frac{1}{\sigma}}}{\beta \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} + \frac{1}{\sigma} \left[1 + \frac{1+\beta\mu}{(1-\mu)\beta} \varepsilon + \frac{1+\beta}{1-\mu} \right]} \quad (d)$$

B Dimostrazione della Proposizione 3

La derivata di q rispetto β è data da:

$$\frac{dq}{d\beta} = \frac{1}{(1+\beta)^2} ((1-\varepsilon(k)) + (1+\beta)\varepsilon'_k k'_\beta)$$

oppure:

$$\frac{dq}{d\beta} = \frac{1-\varepsilon(k)}{(1+\beta)^2} \left[1 + (1+\beta) \frac{\varepsilon'_k}{1-\varepsilon(k)} k'_\beta \right]$$

Occorre a questo punto occorre sostituire $\frac{dk}{d\beta}$ dall'equazione (d) e, con alcuni passaggi, si arriva alla definizione di $\frac{dq}{d\beta} > 0$:

$$\frac{dq}{d\beta} = q(1-\varepsilon) \frac{\frac{1}{\sigma} \frac{\beta}{1+\beta} \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} (1-\mu)}{\beta^2 (1-\mu) \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} + \frac{1}{\sigma} [(1-\mu)\beta + (1+\beta\mu)\varepsilon + \beta(1+\beta)]}$$

Dato che $\mu \leq 1, \varepsilon < 1$, il segno di $\frac{dq}{d\beta}$ è sempre positivo.

C Dimostrazione della Proposizione 4

dalla definizione della quota del lavoro, tralasciando s e Λ , possiamo scrivere:

$$\omega(\beta) = q(\beta, k(\beta))y(k(\beta))$$

Possiamo quindi derivare q rispetto β .

$$\frac{dq}{d\beta} = y [q'_\beta + q'_k k'_\beta] + q y'_k k'_\beta$$

dove le prime tre derivate presenti nell'equazione sono state definite rispettivamente alle equazioni (c), (a), (b). Sostituendo queste derivate, con alcuni passaggi si ottiene:

$$\text{sign} \left(\frac{dw}{d\beta} \right) = \text{sign} \left[\frac{1-\varepsilon}{1+\beta} + \varepsilon'_k k'_\beta \left(1 + \frac{\beta+\varepsilon}{\varepsilon} \frac{\sigma}{1-\sigma} \right) \right]$$

A questo punto occorre sostituire l'equazione (d) e l'equazione 12. Con alcune rielaborazioni si arriva alla conclusione che:

$$\text{sign} \left(\frac{dw}{d\beta} \right) = \text{sign}$$

$$\left[\beta^2(1-\mu) \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} + \frac{(1-\mu)\beta + (1+\beta\mu)\varepsilon + \beta(1+\beta)}{\sigma} - \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \frac{\varepsilon + \sigma\beta}{\sigma} \beta(1-\mu) \right]$$

Alcune semplici rielaborazioni ci permettono di semplificare la parte a destra dell'uguale in modo da verificare che:

$$\text{sign} \left(\frac{dw}{d\beta} \right) = \text{sign} \left[\frac{(\varepsilon + \beta)(1 + \beta)}{\sigma} \right] > 0$$

Quindi vale sempre $\frac{dw}{d\beta} > 0$.