Tullio Gregori*

Apertura del mercato del lavoro e durata del conflitto sociale

Abstract

Questo contributo utilizza il noto modello di lotta d'attrito asimmetrica per analizzare la durata del conflitto sociale in seguito all'apertura del mercato del lavoro. L'ampia letteratura di teoria dei giochi relativi ai cosiddetti *chicken games* ed alle *all-pay auctions* ha messo in luce come la soluzione dei giochi sia caratterizzata da pagamenti (o costi sopportati) eccessivi. È naturale chiedersi se anche il conflitto sociale derivante da un allargamento della base dei lavoratori sia troppo prolungato nel tempo e soprattutto se il *policy maker*, agendo sui costi della lotta, possa ridurne la durata ed i costi sociali. Tuttavia, nel modello proposto in cui si considera l'interazione tra un sindacato di lavoratori iniziali ed un gruppo d'immigrati, si dimostra come un aumento del costo del conflitto per una delle due compagini ne può addirittura aumentare la combattività.

Parole chiave: guerra di attrito, immigrazione, conflitto sociale.

* Dipartimento di Scienze Economiche e Statistiche
Università degli Studi di Trieste
P.le Europa 1
34100 Trieste
tel 0039 5587043 fax 0039 40 567543
E-mail: tullio.gregori@econ.units.it

1) Introduzione

Il problema dell'apertura del mercato del lavoro, con un afflusso di nuovi lavoratori, ha trovato ampio riscontro in letteratura, specialmente con riferimento al problema dell'immigrazione. Sono noti gli effetti redistributivi di un incremento del numero di lavoratori (Berry, Soligo, 1969, Layard et al. 1992, Borjas, 1994, Wellish e Widldasin, 1996, Söllner, 1999), come pure l'effetto del *lobbying* sulla decisione su quanti e quali immigrati far entrare in un sistema economico (Benhabib, 1996, Epstein e Nitzan, 2003, Amegashie, 2004). Poca o nessuna attenzione è stata invece prestata al problema della durata del conflitto sociale che è naturale aspettarsi quando alcune categorie sociali risultano penalizzate da questo processo di apertura. È ovvio che costoro cercheranno di resistere, impedendo l'afflusso di nuovi lavoratori che possano erodere il loro salario reale o semplicemente il loro status sociale. Si può entrare in un periodo di lotta che può anche concludersi con un mantenimento dello status quo o con un contenimento della perdita di benessere subita. Scopo di questo lavoro è proprio quello di analizzare la durata e le determinanti del periodo di conflittualità. A questo proposito mi sembra opportuno mostrare come l'ampia letteratura sulle guerre di attrito (alle volte note anche come *chicken game*) possa essere utilizzata anche per l'analisi di queste problematiche. Pensiamo ad esempio ad un semplice modello di equilibrio parziale con usuali funzioni di domanda ed offerta di lavoro in cui si era stabilito un equilibrio desiderabile per i lavoratori nel senso che era massimo il monte salari disponibile. Ipotizziamo che, in cui un certo istante, entrino nel mercato un certo numero di nuovi lavoratori. In uno schema tradizionale questo si traduce immediatamente in un aumento dell'occupazione con riduzione del salario, come pure dello stesso monte salari se l'equilibrio precedente era in corrispondenza di un'elasticità unitaria della domanda di lavoro rispetto al salario. È evidente che una situazione di questo genere non è ben accettata dai "vecchi" lavoratori, a meno che questi siano distinguibili o possano discriminare quelli nuovi. Ad esempio i primi possono non concedere immediatamente lo status pieno agli entranti ed in questo caso hanno tutto l'interessere a prolungare indefinitamente la durata del conflitto. Tuttavia se questa decisione ha un costo vi può essere un tempo massimo di resistenza, superato il quale anche essi trovano opportuno concedere le stesse prerogative agli altri. Ma anche gli entranti si possono accontentare di una posizione inferiore generando una segmentazione del mercato se sono loro a cedere per primi, soprattutto se la lotta comporta un costo eccessivo. In sostanza assumiamo che la conflitto sociale si svolga solo sul lato dell'offerta di lavoro. In questa impostazione si può ripercorrere il classico modello di attrito del tipo asimmetrico (Riley, 1980, Hammerstein e Parker, 1982, Nalebuff e Riley 1986) con due giocatori (il sindacato dei vecchi lavoratori contro il gruppo dei nuovi) ed una torta da dividere (in prima approssimazione il monte salari complessivo). La competizione tra questi due gruppi di lavoratori si instaura e dura per un po' di tempo in quanto ogni gruppo non conosce il tempo di resistenza massimo dell'avversario, che a sua volta dipende dai costi del conflitto, che sono noti a tutti, e dal valore assegnato alla vittoria nella competizione, che è invece un'informazione privata. Infatti, se tutte le variabili fossero di dominio pubblico, è ovvio il gruppo più forte prende il sopravvento proprio perché quello più debole sa di non poter competere sufficientemente a lungo, in una contesa che è costosa nel tempo, e quindi preferisce abdicare immediatamente ed accettare una situazione peggiore. Al contrario, il risultato sorprendente delle guerre d'attrito, come d'altronde nelle aste in cui anche il perdente paga un prezzo, è che si rischia di pagare un prezzo superiore al valore assegnato al bene in questione. In particolare vogliamo studiare se esiste la possibilità che il conflitto tra lavoratori si protragga troppo a lungo con un danno per entrambe le parti.

La guerra d'attrito che presentiamo nel paragrfo successivo è stata introdotta da Maynard Smith (1974) per analizzare il problema della competizione tra due specie di animali che dividono le stesse risorse (territorio). Le applicazioni in ambito economico sono numerose e spaziano dal problema dell'instaurarsi di un monopolio partendo da un duopolio (Fundenberg e Tirole, 1986) ai tornei nell'ambito della ricerca e sviluppo (Taylor, 1995), dai problemi di stabilizzazione economica (Alesina e Drazen ,1991, Casella ed Eichengreen 1996) all'offerta di beni pubblici da parte dei privati (Bliss e Nalebuff, 1984). Nell'ambito dell'economia del lavoro vi sono stati alcuni contributi che riguardano principalmente la contrattazione (Sobel e Takahashi, 1983, Perry, 1986, Kennan e Wilson, 1990, 1993) e gli scioperi (Kennan e Wilson, 1989). Nei paragrafi seguenti si vuole introdurre il ben noto modello di base evidenziando le asimmetrie tra i due gruppi di lavoratori. È noto in letteratura che esiste soluzione del problema dato da un sistema di equazioni differenziale e di cui forniamo un paio di esempi. Tuttavia, per ottenere una formula chiusa è necessario adottare delle particolari distribuzioni di probabilità sul valore del gioco attribuito agli avversari. Infatti, adottando delle distribuzioni esponenziali è possibile risolvere il sistema di equazioni differenziali e mostrare come il tempo di resistenza è funzione del valore assegnato al gioco (il valore attribuito dai due gruppi in caso di vittoria) e dei parametri del modello dati dai costi della lotta sociale e dei parametri che caratterizzano le densità. Il vantaggio di questo modello particolare consiste nel poter determinare le funzioni di risposta a variazioni di questi parametri. Si ottengono dei risultati interessanti in quanto un aumento del costo del conflitto sociale per un gruppo può aumentare o ridurre la sua combattività a seconda del valore del gioco. Non è quindi sempre vero che un incremento del costo del conflitto sopportato dai nuovi entranti lo possa comunque scoraggiare prima inducendoli ad abbandonare il mercato od ad accettare posti di lavoro"inferiori". Nell'ultima parte del lavoro si mette in luce il fatto che in realtà non esiste una soluzione unica al sistema di equazioni differenziali ma una famiglia di soluzioni indicizzate da un parametro che riflette l'aggressività o la passività di un gruppo verso l'altro. In letteratura sono state avanzate diverse alternative per specificare una soluzione unica, assegnando una certa massa all'evento che l'altro gruppo sia irriducibile (o irrazionale) e non voglia comunque abbandonare il mercato qualunque prezzo debba pagare. Sotto questa ipotesi si può ottenere il valore del parametro che individua una soluzione unica. Il lavoro si conclude con alcune riflessioni e sviluppi di ricerca futura.

2) Una semplice guerra di attrito

In questa sezione applichiamo il noto modello della guerra di attrito al caso di un mercato del lavoro ove sono presenti due categorie di lavoratori che sono in lotta per ricevere un (extra) salario, che non deve essere inteso esclusivamente in termini monetari, ma può essere comprensivo anche di altri attributi legati alla posizione lavorativa conquistata. Questo premio spetta però solo al gruppo vincitore, che è quello che non desiste nel confronto. Infatti, la disputa si conclude solo quando un gruppo si dichiara sconfitto e abbandona la contesa accontentandosi del salario di riferimento, mentre solo quello vincente gode del bonus, cui attribuisce una però sua particolare valutazione. Infatti, nella nostra impostazione abbandoniamo l'usuale ipotesi delle guerre di attrito simmetriche in cui il premio è valutato allo stesso modo da ambedue i contendenti, come nel caso delle contese per l'attribuzione delle risorse di un territorio. Qui, invece, vogliamo enfatizzare l'asimmetria esistente tra i due gruppi sociali che differiscono sia per i costi della lotta che per la stessa valutazione del premio finale.

Nalebuff e Riley (1986) e Ponsati e Sakovics (1995) hanno mostrato come la soluzione della guerra di attrito si ottiene risolvendo un sistema di equazioni differenziali che può essere facilmente derivato considerando il problema dei due gruppi di lavoratori, che indichiamo con R e F ovvero i residenti e gli stranieri, in competizione tra loro. Assumiamo che ambedue siano indifferenti al rischio e che il tasso di preferenza intertemporale sia nullo[1]. In questo caso il problema è quello della massimizzazione della funzione di utilità attesa

$$\max_{t_i} E[U(t_i)] = -c_i\, t_i \Pr\lfloor t_i \le T_j \rfloor + E(v_i - c_i\, t_i / t_i > T_j)\Pr\lfloor t_i > T_j \rfloor \quad i,j = R,F, \tag{1}$$

[1] Per un modello asimmetrico con tassi di preferenza intertemporali diversi tra i due gruppi vedi Kornhauser, Rubinstein e Wilson (1989).

ove il primo addendo misura la perdita in caso di sconfitta, mentre il secondo è il guadagno atteso nel caso di vincita. Ambedue gli eventi sono ponderati per le rispettive probabilità ove è non noto il tempo di resistenza degli avversari indicato con T_j. Se questo è superiore a quello del proprio gruppo, si è sconfitti mentre nel caso opposto si ottiene una remunerazione pari a v_i. Il parametro c_i misura il costo pagato in ogni istante in cui si combatte, che può differire da gruppo a gruppo. È naturale immaginare che il tempo di resistenza scelta da ogni gruppo sia funzione crescente del valore del gioco:

$$t_i = h_i(v_i) \text{ con } 0 = h_i(0) \text{ e } \frac{\partial h_i(v_i)}{\partial v_i} > 0 \qquad i = R,F. \tag{2}$$

da cui si può ricavare anche la funzione inversa

$$v_i = g_i(t_i) = h_i^{-1}(t_i) \text{ con } 0 = g_i(0) \text{ e } \frac{\partial g_i(t_i)}{\partial t_i} > 0 \quad \text{con } i = R,F, \tag{3}$$

che esprime invece il valore del gioco in funzione del tempo di resistenza. La funzione $g_i(t)$ esprime il valore del gioco richiesto per resistere sino all'istante t. Questa formulazione è particolarmente conveniente poiché la probabilità di essere vincitori può essere espressa anche in termini di valore del gioco. Infatti:

$$\Pr[t_i > T_j] = \Pr[t_i > h_j(v_j)] = \Pr[g_j(t_i) > v_j] = F_j[g_j(t_i)], \tag{4}$$

mentre quella di essere sconfitti è pari a:

$$\Pr[t_i < T_j] = 1 - F_j[g_j(t_i)]. \tag{5}$$

In conclusione, il problema dell'i-esimo gruppo può essere riscritto come:

$$\begin{aligned} \max_{t_i} E[U(t_i)] &= -c_i\, t_i \{1 - F_j[g_j(t_i)]\} + \int_0^{g_j(t_i)} (v_i - c_i\, t_j) f_j(v_j) dv_j = \\ &= -c_i\, t_i \{1 - F_j[g_j(t_i)]\} + \int_0^{g_j(t_i)} [g_i(t_i) - c_i\, h_j(v_j)] f_j(v_j) dv_j \end{aligned} \quad \text{con } i,j = R,F \tag{6}$$

e la soluzione si ottiene massimizzando la (6) rispetto alla variabile decisionale:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E[U(t_i)]}{\partial t_i} &= -c_i \{1 - F_j[g_j(t_i)]\} + c_i\, t_i\, f_j[g_j(t_i)] g_j'(t_i) + \\ &\quad + g_i(t_i) f_j[g_j(t_i)] g_j'(t_i) - c_i\, t_i\, f_j[g_j(t_i)] g_j'(t_i) = 0 \end{aligned}$$

da cui si ricava la condizione necessaria:

$$c_i = g_i(t_i) \left\{ \frac{f_j[g_j(t_i)]}{1 - F_j[g_j(t_i)]} \frac{\partial g_j(t_i)}{\partial t_i} \right\} \qquad i,j = R,F. \tag{7}$$

Il termine alla sinistra è il costo certo del prolungamento di un istante della contesa, mentre il termine alla destra è il beneficio atteso. Quest'ultimo è dato dal valore della vincita se si resiste sino a quel momento ponderato per la probabilità condizionale che l'avversario ceda nel prossimo istante. La funzione di *hazard rate* indica proprio la probabilità di vittoria all'istante t_i tenendo conto del fatto che sta pure variando proprio il valore assegnato dall'altro gruppo in seguito ad un prolungamento della lotta. Osserviamo che in ogni istante, conviene continuare a lottare solo se il costo è inferiore al beneficio atteso, ma ci si ferma proprio nel momento in cui vale la (7). Infatti, se ciò non fosse vero, l'i-esimo gruppo o cederebbe subito, se il costo è troppo elevato, o lotterebbe per sempre. Dalla (7) si intuisce che il tempo di resistenza ottimale può diminuire all'aumentare del costo della lotta, ma in generale non è possibile esplicitare la funzione che lega queste variabili né in termini di funzioni di valore né in quello del tempo di resistenza. Infatti, in questo contesto una variazione del costo della lotta non solo modifica il costo opportunità del tempo di resistenza di un gruppo ma ha anche un contenuto informativo per l'altro, che in un contesto strategico può modificare la decisione ottimale. In ogni caso se $\{\hat{g}_R(t), \hat{g}_F(t)\}$ è la soluzione del sistema:

$$\begin{cases} c_R \{1 - F_F[g_F(t)]\} = g_R(t) f_F[g_F(t)] g_F^{/}(t) \\ c_F \{1 - F_R[g_R(t)]\} = g_F(t) f_R[g_R(t)] g_R^{/}(t) \end{cases} \tag{9}$$

con

$$\min\{\hat{g}_R(0), \hat{g}_F(0)\} = 0 \tag{10}$$

e $\lim_{t\to\infty} \hat{g}_i(t) = \bar{v}_i < \infty$ se la funzione del valore del gioco è limitata superiormente, allora $\{\hat{g}_R(t), \hat{g}_F(t)\}$ sono proprio le funzioni dei valori di concessione che corrispondono all'equilibrio bayesiano (Nalebuff e Riley,1986, Ponsati e Sakovics, 1995).

3) Soluzione del modello con alcune distribuzioni di probabilità.

Il sistema di equazioni differenziali (9) pur essendo di per sé interessante e caratterizzando completamente l'equilibrio non è particolarmente utile da un punto di vista operativo, in quanto non permette di esplicitare il comportamento dei due gruppi di lavoratori. A questo scopo appare necessario complementare il modello proposto con un'ipotesi opportuna sulle distribuzioni di probabilità del tempo di resistenza o in termini equivalenti del valore del gioco degli avversari. Invece di assumere una distribuzione uniforme come in Nalebuff e Riley (1986), sembra più ragionevole ritenere che la funzione di densità sia decrescente nel valore del gioco, poiché si ritiene sempre meno probabile che il gruppo avversario resista troppo a lungo ovvero assegni valori eccessivi alla contesa. Se ad esempio riteniamo che la funzione di densità sia lineare allora possiamo ipotizzare che:

$$F_i(v_j) = \begin{cases} 0 & v_j \le 0 \\ \dfrac{2v_j}{\bar{v}_j}\left(1 - \dfrac{v_j}{2\bar{v}_j}\right) & 0 < v_j < \bar{v}_j \\ 1 & v_j \ge \bar{v}_j \end{cases} \qquad f_i(v_j) = \begin{cases} 0 & v_j \le 0 \\ \dfrac{2}{\bar{v}_j}\left(1 - \dfrac{v_j}{\bar{v}_j}\right) & 0 < v_j < \bar{v}_j \\ 0 & v_j \ge \bar{v}_j \end{cases} \qquad i,j = R,F \tag{11}$$

In questo caso *l'hazard rate* è funzione crescente del valore del gioco in quanto è pari a:

$$\frac{f_i(v_j)}{1 - F_i(v_j)} = \frac{2}{\bar{v}_j - v_j}, \tag{12}$$

per cui il sistema differenziale (9) si riduce a:

$$\begin{cases} c_R\,[\bar{v}_F - g_F(t)] = 2\;\, g_R(t)\,g_F^{/}(t) \\ c_F\,[\bar{v}_R - g_R(t)] = 2\;\, g_F(t)\,g_R^{/}(t) \end{cases} \quad . \tag{13}$$

A questo punto è immediato ottenere la seguente relazione:

$$c_R\,\frac{\mathrm{d}g_R(t)}{g_R(t)[g_R(t)-\bar{v}_R]} = c_F\,\frac{dg_F(t)}{g_F(t)[g_F(t)-\bar{v}_F]} \tag{14}$$

che esprime il legame implicito tra le funzioni del valore del gioco dei due gruppi. Questa relazione può essere facilmente ottenuta integrando la (14). La soluzione è data dalla:

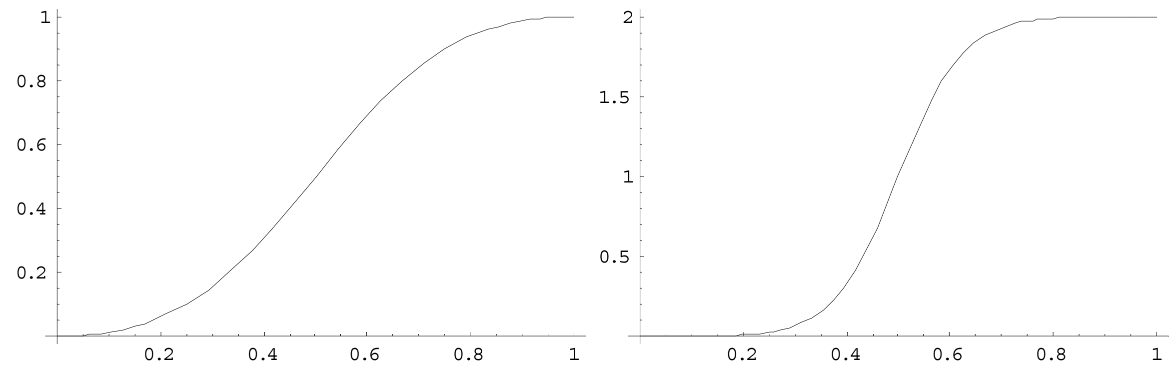
$$\ln\left[\frac{\bar{v}_R - \hat{g}_R(t)}{\hat{g}_R(t)}\right] = \frac{c_F\,\bar{v}_R}{c_R\,\bar{v}_F}\ln\left[\frac{\bar{v}_F - \hat{g}_F(t)}{\hat{g}_F(t)}\right] + k \tag{15}$$

ove k è un'opportuna costante d'integrazione, sul cui significato torneremo in seguito. Poiché $\lim_{t\to\infty}\hat{g}_i(t) = \bar{v}_i$ è evidente che la costante d'integrazione è indeterminata, ovvero non esiste una soluzione unica al problema in esame, ma una famiglia di soluzioni (Nalebuff e Riley, 1986). Se, ad esempio, assumiamo che $k = 0$ è ovvio che si ottiene un equilibrio simmetrico solo se i costi della lotta sono identici e $\bar{v}_R = \bar{v}_F = \bar{v}$, mentre nel caso più generale il legame tra le due funzioni del valore del gioco è dato dalla:

$$\hat{g}_R(t) = \frac{\bar{v}_R}{1 + \left[\dfrac{\bar{v}_F}{\hat{g}_F(t)} - 1\right]^{\frac{c_F\,\bar{v}_R}{c_R\,\bar{v}_F}}} \tag{16}$$

da cui si evince che si tratta di una relazione crescente. Nella figura sottostante mostriamo due casi in cui, a parità del valore dl gioco, dapprima il costo del conflitto sociale è la metà per i residenti, mentre nel secondo sono gli stranieri a ritenere che gli avversari abbiano un valore massimo che è doppio di quello assegnato da questi ultimi ai primi. Come si può vedere la relazione ha una tipica forma ad S che è particolarmente evidente nel secondo esempio. Ciò significa che al crescere del costo relativo della lotta a svantaggio degli stranieri è sufficiente un valore leggermente maggiore attribuito dai residenti al posto di lavoro per farli risultare vincitori, ma solo nella prima metà dell'insieme di definizione. Infatti, visto che esiste la relazione crescente sottesa dalla (2) è chiaro che i residenti resisteranno più a lungo e risulteranno quindi i vincitori della contesa se la stessa non dura troppo a lungo. Questo risultato è rafforzato nel secondo esempio, in cui si somma l'effetto della diversa distribuzione di probabilità che vede gli stranieri assegnare un valore massimo del gioco ben superiore a quello attribuito loro dai residenti. La situazione appare divisa in due, per cui il gruppo svantaggiato sia per il costo relativo sia un'informazione meno precisa sul valore attribuito al gruppo avversario[2] è molto probabilmente perdente per bassi valori del gioco e vincente per quelli più elevati.

[2] La distribuzione con valore massimo ha ovviamente anche varianza maggiore.



a) $\bar{v}_R = \bar{v}_F = 1$ e $c_F = 2$, $c_R = 1$ b) $\bar{v}_R = 2, \bar{v}_F = 1$, $c_F = 2$, $c_R = 1$

Fig. 1 – equilibri con funzioni di densità lineari con $k = 0$

Potrebbe essere interessante analizzare la soluzione del gioco con una funzione di ripartizione simile a quella precedente, ma non lineare, del tipo:

$$F_i(v_j) = \begin{cases} 0 & v_j \le 0 \\ 1 - \left(1 - \dfrac{v_j}{\bar{v}_j}\right)^{\alpha_i \bar{v}_j} & 0 < v_j < \bar{v}_j \\ 1 & v_j \ge \bar{v}_j \end{cases} \qquad f_i(v_j) = \begin{cases} 0 & v_j \le 0 \\ \alpha_i \left(1 - \dfrac{v_j}{\bar{v}_j}\right)^{\alpha_i \bar{v}_j - 1} & 0 < v_j < \bar{v}_j \\ 1 & v_j \ge \bar{v}_j \end{cases} \quad i,j = R,F \tag{17}$$

che porta ad una distribuzione esponenziale al divergere di $\bar{v}_j$. In questo caso *l'hazard rate* è dato da:

$$\frac{f_i(v_j)}{1 - F_i(v_j)} = \frac{\alpha_i \bar{v}_j}{\bar{v}_j - v_j}, \tag{18}$$

per cui il sistema differenziale (9) diviene:

$$\begin{cases} c_R \left[\bar{v}_F - g_F(t)\right] = \alpha_R \, \bar{v}_F \; g_R(t) \, g_F^{/}(t) \\ c_F \left[\bar{v}_R - g_R(t)\right] = \alpha_F \bar{v}_R \; g_F(t) g_R^{/}(t) \end{cases} . \tag{19}$$

e procedendo come visto in precedenza si ottiene:

$$\hat{g}_R(t) = e^k \frac{\bar{v}_R}{1 + \left[\dfrac{\bar{v}_F}{\hat{g}_F(t)} - 1\right]^{\frac{c_F \alpha_R}{c_R \alpha_F}}} \tag{20}$$

in cui oltre alle variabili già viste in precedenza entrano gioco anche i parametri α_i delle distribuzioni di probabilità. Appare allora opportuno considerare proprio la funzioni di probabilità che si ottiene al divergere del valore massimo assegnato al gioco. Assumiamo allora che le distribuzioni di probabilità siano del tipo esponenziale con parametro costante:

$$f_i(v) = \begin{cases} \alpha_i e^{-\alpha_i v} & \text{per } v > 0 \\ 0 & \text{per } v \le 0 \end{cases} \quad \text{con } i = R,F, \tag{21}$$

che ha valore atteso pari a $1/\alpha_i$ e varianza $1/\alpha_i^2$. Anche questa distribuzione di probabilità soddisfa la definizione data da Nalebuff e Riley (1986), per cui si può provare che la probabilità di concessione immediata di entrambi i gruppi è nulla, a meno che non ci troviamo nel caso degenere e banale in cui entrambi i gruppi non assegnino alcun valore al gioco in questione. Inoltre questa ipotesi è particolarmente comoda poiché implica un *hazard rate* costante pari a:

$$\frac{f_i(v_j)}{1-F_i(v_j)} = \alpha_i\,, \tag{22}$$

per cui:

$$\begin{cases} c_R = \alpha_R\ \hat{g}_R(t)\,\hat{g}_F'(t) \\ c_F = \alpha_F\ \hat{g}_F(t)\,\hat{g}_R'(t) \end{cases} \tag{23}$$

da cui si può ricavare oltre all'usuale legame tra le due funzioni di valore del gioco:

$$\frac{d\hat{g}_F(t)}{\hat{g}_F(t)} = \frac{\alpha_F\ c_R}{\alpha_R\ c_F}\frac{d\hat{g}_R(t)}{\hat{g}_R(t)}\,, \tag{24}$$

anche una comoda equazione differenziale nel tempo:

$$\frac{d[\hat{g}_R(t)\hat{g}_F(t)]}{dt} = \frac{c_R}{\alpha_R} + \frac{c_F}{\alpha_F}\,. \tag{25}$$

Ambedue possono essere facilmente integrate e porgono rispettivamente come soluzioni:

$$\ln[\hat{g}_F(t)] = \frac{\alpha_F c_R}{\alpha_R c_F}\ln[\hat{g}_R(t)] + k\,, \tag{26}$$

$$[\hat{g}_R(t)\hat{g}_F(t)] = \left(\frac{c_R}{\alpha_R} + \frac{c_F}{\alpha_F}\right)t + q\,, \tag{27}$$

ove k e q sono due costanti d'integrazione, ma dalla condizione al margine (10) si deduce immediatamente che $q = 0$. Il vantaggio evidente di questa ipotesi sulla struttura stocastica del modello risiede nel fatto che ora disponiamo di due equazioni differenziali che ci permettono di esplicitare il tempo di resistenza dei due gruppi in funzione del valore del gioco da loro assegnato ovvero di quale valore dovrebbero assegnare al gioco stesso se volessero resistere un certo lasso di tempo.

4) Soluzione del gioco in assenza di aggressività

Per fissare le idee ipotizziamo in prima battuta che $k = 0$. Dalle (26)-(27) si ottiene immediatamente:

$$\hat{g}_F(t) = \left[\left(\frac{c_R}{\alpha_R} + \frac{c_F}{\alpha_F}\right)t\right]^{\frac{\alpha_F c_R}{\alpha_F c_R + \alpha_R c_F}}\,,\ \hat{t}_F(v) = \frac{[v]^{\frac{\alpha_F c_R + \alpha_R c_F}{\alpha_F c_R}}}{\frac{c_R}{\alpha_R} + \frac{c_F}{\alpha_F}}\,, \tag{28}$$

$$\hat{g}_R(t)=\left[\left(\frac{c_R}{\alpha_R}+\frac{c_F}{\alpha_F}\right)t\right]^{\frac{\alpha_R c_F}{\alpha_F c_R+\alpha_R c_F}}, \quad \hat{t}_R(v)=\frac{[v]^{\frac{\alpha_F c_R+\alpha_R c_F}{\alpha_R c_F}}}{\frac{c_R}{\alpha_R}+\frac{c_F}{\alpha_F}}. \tag{29}$$

In primo luogo osserviamo che le funzioni del valore sono nulle in corrispondenza all'origine, crescenti e concave in t, come avevamo richiesto. Naturalmente le funzioni del tempo di resistenza sono anch'esse nulle in corrispondenza ad un valore nullo del gioco, crescenti e convesse in v, poiché:

$$\frac{\partial \hat{t}_i}{\partial v_i}=\frac{\alpha_j [v]^{\frac{\alpha_j c_i}{\alpha_i c_j}}}{c_j}>0; \qquad \frac{\partial^2 \hat{t}_i}{\partial v_i^2}=\frac{\alpha_j^2 c_i}{c_j^2}[v]^{\frac{\alpha_j c_i-\alpha_i c_j}{\alpha_i c_j}}>0 \quad i,j=R,F. \tag{30}$$

Ciò significa che all'aumentare del valore dell'extrasalario la durata del conflitto aumenta più che proporzionalmente rendendo questa situazione alquanto pericolosa da un punto di vista sociale. Per comprendere questo punto partiamo dal caso più semplice ovvero quello di equilibrio simmetrico che è già stato analizzato che si realizza quando i costi sono eguali e le distribuzioni di probabilità coincidenti. In questo caso particolare definito $c = c_R = c_F$ è evidente che $\hat{g}_F(t)=\hat{g}_R(t)$, per cui il sistema di equazioni differenziali si riduce ad una sola del tipo $c=g(t)\,g'(t)$ che può esser agevolmente integrata e porge una soluzione che può essere espressa nel tempo di resistenza:

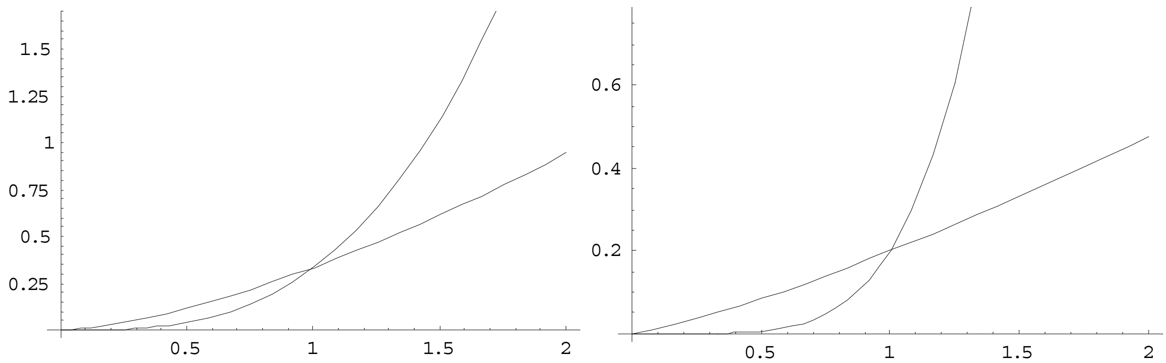
$$\hat{t}_i(v)=\frac{v^2}{2c}, \quad i=R,F. \tag{31}$$

Si tratta proprio di una funzione convessa in v, che rispetta le condizioni espresse all'inizio della nostra discussione. Inoltre, solo nel caso in cui ambedue assegnano un valore pari a zero non vi è lotta per l'ovvio motivo che non interessa a nessuno combattere per nulla, mentre in generale i due gruppi, assegnato il valore del gioco che non è noto all'avversario, cominciano a competere sino a quando cede il gruppo con valore minore. Se poniamo un costo unitario e gli stranieri assegnano un valore del gioco pure pari all'unità, ma inferiore a quello dei residenti, è ovvio che a metà del periodo cedono la vittoria agli opponenti. In questo caso da un punto di vista aggregato la soluzione comporta ancora un beneficio netto pari alla differenza tra il valore del gioco attribuito dai vincitori (maggiore di uno) ed il costo complessivo della contesa pari all'unità (metà a testa per i due gruppi). Ma se il valore del gioco è pari a 3 per i perdenti, la contesa termina dopo 4 periodi e mezzo ed il costo complessivo può essere di gran lunga superiore al valore assegnato dal gruppo dei vincitori. In conclusione ritroviamo il ben noto risultato di teoria dei giochi, che vale anche con riferimento alle aste con pagamento anche da parte del perdente, in cui si può scommettere anche un valore superiore a quello della vincita.

Passiamo ora ad esaminare come questa conclusione si modifica se vi sono delle differenze nei costi dei due gruppi. Sempre nel caso k =0 è evidente dalle (28)-(29) che:

$$\hat{t}_F>\hat{t}_R \Leftrightarrow v_F>v_R^{\frac{\alpha_F c_R}{\alpha_R c_F}} \tag{32}$$

ovvero il gruppo degli " stranieri" vince solo se essi attribuiscono al gioco un valore superiore a quello dei residenti elevato per un fattore che tiene conto proprio delle differenze di costo e delle distribuzioni di probabilità. Nelle figure sottostanti mostriamo proprio i tempi di resistenza on funzione del valore del gioco in due casi particolari.



a) $c_F = 2$ $c_R = 1$, $\alpha_R = \alpha_F = 1$ b) $c_F = 4$ $c_R = 1$, $\alpha_R = \alpha_F = 1$

Fig. 2 - Tempo di resistenza dei due gruppi in funzione del valore del gioco.

Sulla base di queste due figure possiamo comprendere la durata del conflitto sociale. Ricordiamo che in questo esempio le distribuzioni di probabilità sono identiche, mentre l'ipotesi $c_R = 1$ significa che in una contesa della durata di un periodo (anno) i residenti sono disposti a sacrificare tutto l'extrasalario se questo è proprio unitario. Tuttavia sapendo che i costi del gruppo avversario sono maggiori, il tempo ottimale di resistenza è inferiore e consta di soli 4 mesi nel caso in cui $c_F = 2$ o due mesi ed un paio di settimane se $c_F = 4$. Il motivo di questo risultato lo si evince anche dalla figura 1. L'andamento delle funzioni di resistenza sono *common knowledge* e con una distribuzione esponenziale a parametro unitario la probabilità di essere perdenti è del 37% circa quando il valore della contesa è pure pari ad uno. Ciò significa che i residenti si aspettano una concessione abbastanza immediata da parte dei propri avversari. Questo dovrebbe avvenire presto visto l'andamento iniziale della loro funzione di resistenza, come è particolarmente evidente nel caso b). Ma se ciò non avviene l'informazione che se ne può trarre è molto semplice: l'inclinazione crescente di funzione degli avversari suggerisce che è sempre più "rischioso" continuare la lotta perché per piccole variazioni del valore del gioco il tempo di resistenza degli antagonisti aumenta esponenzialmente. Con $v_R=1$, i locali preferiscono chiudere la partita con una perdita accettabile pari a 0.333 nel primo caso ed a 0.24 nel secondo, anziché continuare una contesa sempre più incerta.

Anche in questo caso la durata del conflitto può essere molto dannosa da un punto di vista complessivo. Infatti, il benessere sociale è dato dalla differenza tra il beneficio del gruppo vincitore costo totale, pari a$\left(c_R + c_F\right)\min\left[\hat{t}_R, \hat{t}_F\right]$. Se la lotta dura poco vi è in ogni caso un surplus anche a livello aggregato, che però può essere eroso se continua troppo a lungo ed il benessere netto di una categoria è inferiore alla perdita subita dall'altra. La figura 1 è utile anche per capire una delle questioni chiave del nostro modello ovvero il nesso tra il tempo di resistenza ed i costi della lotta nel caso asimmetrico. Dall'esempio prospettato si evince immediatamente che c'è un cambiamento sostanziale che però la figura non permette di cogliere pienamente. È allora opportuno calcolare la variazione del tempo di resistenza in seguito alla variazione dei costi e dei parametri delle distribuzioni esponenziali:

$$\frac{\partial \hat{t}_i}{\partial c_i} = \frac{\alpha_j^2 \left(v_i\right)^{1+\frac{\alpha_j c_i}{\alpha_i c_j}} \left[\left(\alpha_i c_j + \alpha_j c_i\right)\ln v - \alpha_i c_j\right]}{c_j \left(\alpha_i c_j + \alpha_j c_i\right)^2} \quad i,j = R,F, \tag{33}$$

$$\frac{\partial \hat{t}_i}{\partial c_j} = -\frac{\alpha_j \left(v_i\right)^{1+\frac{\alpha_j c_i}{\alpha_i c_j}} \left[\alpha_i^2 c_j^2 + \alpha_j c_i \left(\alpha_i c_j + \alpha_j c_i\right)\ln v\right]}{\left(c_j\right)^2 \left(\alpha_i c_j + \alpha_j c_i\right)^2} \quad i,j = R,F. \tag{34}$$

$$\frac{\partial \hat{t}_i}{\partial \alpha_i} = \frac{c_i \alpha_j^2 (v_i)^{1+\frac{\alpha_j c_i}{\alpha_i c_j}} \left[(\alpha_i c_j + \alpha_j c_i)\ln v - \alpha_i c_j\right]}{\alpha_i c_j (\alpha_i c_j + \alpha_j c_i)^2} = \frac{c_i}{\alpha_i} \frac{\partial \hat{t}_i}{\partial c_i} \quad i,j = R,F. \tag{35}$$

$$\frac{\partial \hat{t}_i}{\partial \alpha_j} = -\frac{(v_i)^{1+\frac{\alpha_j c_i}{\alpha_i c_j}} \left[\alpha_i^2 c_j^2 + \alpha_j c_i (\alpha_i c_j + \alpha_j c_i)\ln v\right]}{c_j (\alpha_i c_j + \alpha_j c_i)^2} = \frac{c_j}{\alpha_j} \frac{\partial \hat{t}_i}{\partial c_i} \quad i,j = R,F. \tag{36}$$

da cui si deduce che si segno della derivata rispetto al costo è identico a quello del parametri che caratterizzano la distribuzione esponenziale. Possiamo soffermarci ad analizzare uno solo dei due, anche perché restano univocamente definiti due valori, che indichiamo rispettivamente con v_{1i} e v_{2i}

$$v_{1i} = Exp\left[\frac{\alpha_i c_j}{\alpha_i c_j + \alpha_j c_i}\right] > 1 > v_{2i} = Exp\left[-\frac{\alpha_i c_j}{\alpha_j c_i} \frac{\alpha_i c_j}{(\alpha_i c_j + \alpha_j c_i)}\right] \quad i,j = R,F, \tag{37}$$

che discriminano il comportamento degli agenti al variare del costo pagato o del valore del gioco atteso. Infatti, per valori superiori a v_1 si mette in moto un meccanismo apparentemente non intuitivo che all'aumentare del costo della lotta per un gruppo aumenta pure il loro tempo di resistenza, mentre solo per valori molto bassi, ovvero inferiori a v_2, un aumento del costo di un gruppo aumenta pure il tempo di resistenza dell'altro. Inoltre è facile dimostrare che vale la

$$v_{1F} < v_{1R}, v_{2R} < v_{2F} \Leftrightarrow \frac{c_R}{\alpha_R} < \frac{c_F}{\alpha_F} \tag{38}$$

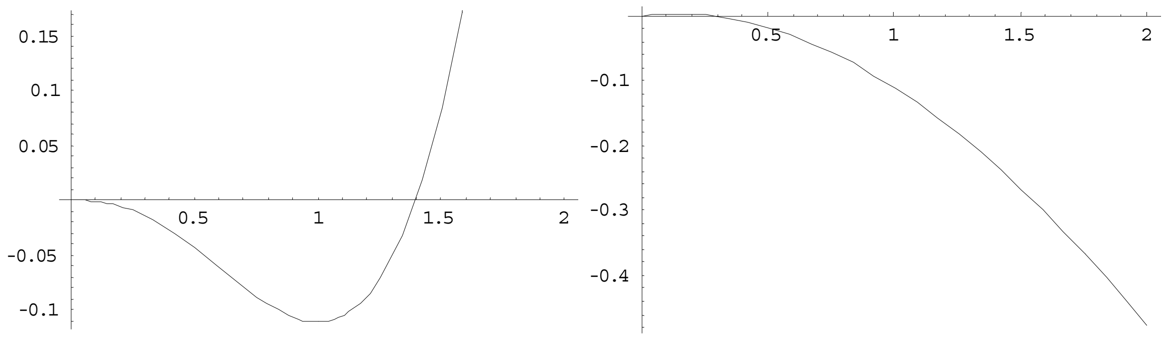
per cui è il costo relativo, ponderato per i parametri che caratterizzano completamente le distribuzioni di probabilità, determina la posizione relativa di questi valori particolari. Se assumiamo che sia superiore il costo ponderato del gruppo degli stranieri, risulta:

$$\frac{c_F}{\alpha_F} > \frac{c_R}{\alpha_R} \Rightarrow v_{1R} > v_{1F} > v_{2F} > v_{2R}$$

Più precisamente per bassi valori del gioco per ambedue i gruppi, ovvero per $v < v_{2R}$ un aumento del costo della lotta genera gli effetti attesi: un incremento del costo sostenuto da un gruppo riduce il suo tempo di resistenza mentre lo dilata se aumenta il costo sostenuto dell'avversario. Se, invece, ci si trova nell'intervallo $v_{2F} > v > v_{2R}$ si determina una prima situazione interessante poiché il gruppo degli stranieri continua a comportarsi come prima, mentre i residenti riducono il loro tempo di resistenza ottimale in seguito all'aumento del costo degli avversari. Quindi in quest'intervallo un aumento dei costi del conflitto comporta certamente una riduzione della durata dello stesso. Ciò è anche vero per $v \in [v_{1F}, v_{2F}]$ in quanto tutti riducono la loro durata del conflitto se aumenta il costo degli altri. Tuttavia, per $v \in [v_{1R}, v_{1F}]$ si modifica la reazione degli stranieri in seguito ad un aumento del proprio costo. In questo caso diventeranno più combattivi e vorranno prolungare maggiormente il periodo di conflitto sociale. Questa situazione si propone anche per i residenti, ma solo se essi attribuiscono un elevato valore al gioco ovvero per $v > v_{1R}$. In conclusione possiamo affermare che se il valore del gioco è sufficientemente piccolo per ambedue i gruppi, un incremento del costo di uno dei due gruppi diminuirà la durata delle lotta, mentre per valori molto elevati l'allungherà.

A titolo esemplificativo osserviamo che in corrispondenza alla situazione vista in precedenza , ovvero con $\alpha_R = \alpha_F = 1$, $c_F = 2$ $c_R = 1$, i valori implicati sono pari a $v_{1F} = 1.39$ e $v_{2F} =$

0.85, mentre v_{1R} = 1.95 e v_{2R} = 0.26. Questa situazione è rappresentata nelle figure 2 e 3 ove sono rappresentate le derivate (32)-(33) in funzione del valore del gioco assegnato dai due gruppi. Nella figura 3 analizziamo l'effetto di una variazione del costo della lotta per i soli stranieri, che aumenta di una quantità piccola da un valore iniziale di 2. Se ambedue i gruppi assegnano al gioco un valore inferiore a 0.26 l'effetto è una diminuzione del tempo della lotta da parte degli stranieri e di un aumento del tempo di resistenza da parte dei residenti. Per valori così piccoli è molto probabile che siano proprio questi ultimi ad essere i vincenti. Questa variazione di c_F comporta una riduzione del periodo di conflitto sociale. Se invece ambedue i gruppi assegnano un valore al gioco maggiore di 1.39 l'effetto è di un prolungamento del conflitto solo da parte degli stranieri. Anche in questo caso vi è una riduzione del periodo della lotta sociale con un abbandono anticipato da parte dei residenti. Nella situazione intermedia con $0.26 < v < 1.4$, ambedue i gruppi reagiscono con una diminuzione del tempo di resistenza che è inizialmente inferiore per residenti sino a v = 1.4. Infatti per valori superiori gli stranieri reagiscono addirittura aumentando e di molto il tempo di resistenza.. In conclusione possiamo affermare che un aumento del costo degli stranieri, ovvero del gruppo svantaggiato in termini di costo, certamente riduce la durata della contesa nell'intervallo se ambedue valutano il gioco nell'intervallo $0.26 < v < 1.4$. Ma potrebbe succedere che i residenti assegnino un valore piccolo al gioco e quindi resistano più a lungo, nonostante siano ugualmente perdenti, perché gli stranieri assegnano valutazioni ben maggiori. Invece, non pare molto probabile l'altro caso di allungamento del conflitto sociale. Infatti, se $v > 1.4$ potrebbe succedere che pur perdendo gli stranieri resistano più a lungo, ma questo implicherebbe un valore enorme per i residenti come evidente dalla figura 2.

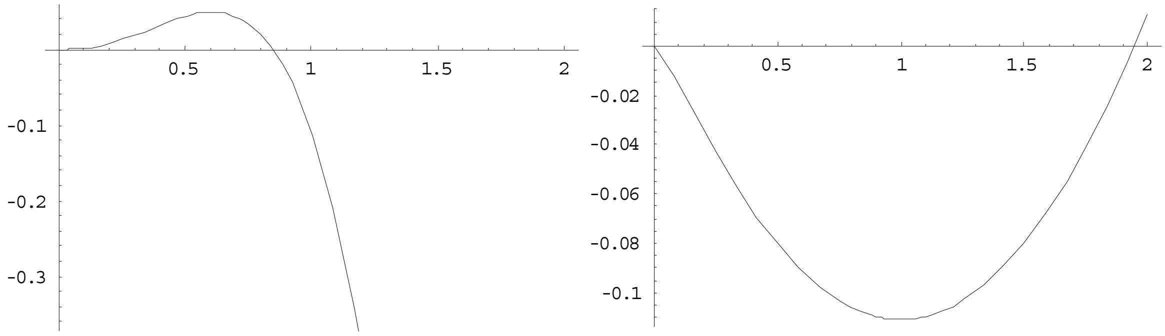


a) gruppo degli stranieri b) gruppo dei residenti

Fig. 3 - Variazione del tempo di resistenza in seguito ad una variazione del costo per gli stranieri

Naturalmente possiamo anche studiare l'effetto di una variazione del costo per i soli residenti, sempre nel caso particolare descritto in precedenza . La situazione è simile a quello vista in precedenza con l'importante differenza che ora è abbastanza ampio l'intervallo iniziale in cui si verifica il caso normale di un aumento del tempo di resistenza degli stranieri viz a viz una riduzione di quella dei residenti. In questo caso però è più probabile che siano gli ultimi ad essere i vincenti poiché $v < 1$, per cui il risultato di un aumento del costo del gruppo inizialmente avvantaggiato potrebbe ribaltare l'esito del gioco. Oppure l'effetto è solo quello di un allontanamento dell'istante in cui si conclude la contesa con un aggravio dei costi per tutti e due i gruppi. Tuttavia, questo potrebbe non essere vero se il valore attribuito dagli stranieri è sufficientemente elevato, anche se sempre inferiore all'unità.

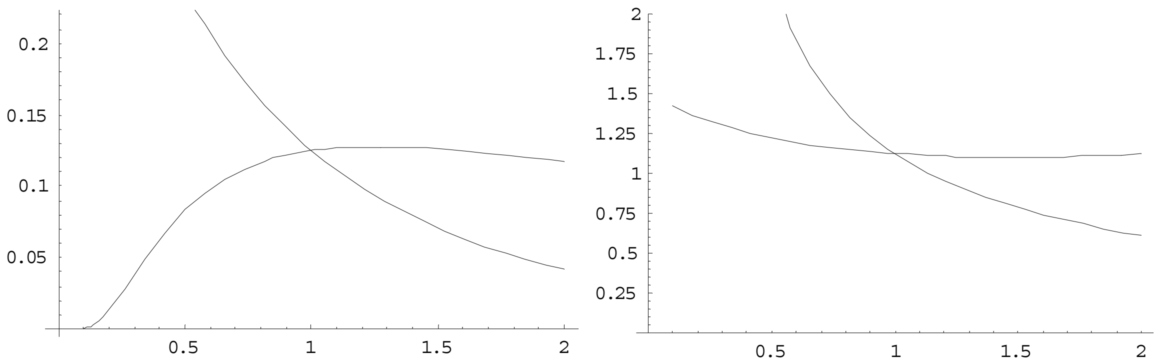
Una situazione "anomala" si può verificare anche per valori maggiori del gioco. Pensiamo al caso in cui ambedue i gruppi assegnino un valore diverso, anche se di poco, e superiore all'unità. Diciamo che inizialmente sono gli stranieri a vincere, anche se per una minima frazione di tempo. Tuttavia, un incremento del costo per i soli residenti provoca una riduzione del tempo di lotta per ambedue i gruppi, ma con un effetto maggiore da parte proprio degli stranieri, che rischiano così di perdere la lotta, anzi questo può essere il caso per variazioni non piccole del costo per i residenti.



a) gruppo degli stranieri b) gruppo dei residenti

Fig. 4 -variazione tempo di resistenza in seguito ad una variazione del costo per i residenti

In conclusione possiamo affermare che non esiste né una semplice relazione tra costo e tempo di resistenza nei due gruppi né tra costo e durata del conflitto sociale. Sicuramente la relazione non è lineare come evidenziamo nei casi sottostante ove abbiamo riportato il tempo di resistenza in funzione del costo per il gruppo degli stranieri. Il primo caso è quello “normale” in quanto entrambi valutano il gioco allo stesso modo ovvero v_F = v_R = 0.5, e per costi inferiori a quello dei residenti pari all’unità vincono gli stranieri che però riducono rapidamente il tempo di resistenza all’aumentare del costo della lotta da loro sostenuto e sono perdenti per costi maggiore di uno. Per valori elevati del gioco la situazione è diametralmente opposta, in quanto gli stranieri sono disposti a lottare più o meno sempre lo stesso periodo di tempo di poco superiore al periodo (in realtà la funzione è convessa con minimo in corrispondenza a v =1.5 circa), mentre sono i residenti che diminuiscono drasticamente il tempo del conflitto al crescere del costo sostenuto dai loro avversari e saranno certamente perdenti per valori elevati del costo pagato da quest’ultimi.



a) $v_F = v_R = 0.5$, $c_R = 1$, $\alpha_R = \alpha_F = 1$ b) $v_F = v_R = 1.5$, $c_R = 1$, $\alpha_R = \alpha_F = 1$

Fig. 4 -Tempo di resistenza in funzione del costo per gli stranieri

5) Soluzione del gioco nel caso generale

Passiamo ora a consideriamo il caso generale definito dalla:

$$\hat{g}_F(t) = e^k \left[\hat{g}_R(t)\right]^{\frac{\alpha_F c_R}{\alpha_R c_F}} \tag{39}$$

ove il parametro k è un indice dell'aggressività (passività) di un gruppo nei confronti dell'altro. Infatti, dalla (39) si ottiene immediatamente il tempo di resistenza ottimale ed il valore del gioco richiesto per resistere sino ad un certo istante:

$$\hat{g}_F(t) = \left[e^{k\frac{\alpha_R c_F}{\alpha_F c_R}} \left(\frac{c_R}{\alpha_F} + \frac{c_F}{\alpha_R} \right) t \right]^{\frac{\alpha_F c_R}{\alpha_F c_R + \alpha_R c_F}} \quad \text{ovvero } t_F = \frac{e^{-\frac{\alpha_R c_F}{\alpha_F c_R}k} \left(v_F\right)^{\frac{\alpha_F c_R + \alpha_r c_F}{\alpha_F c_R}}}{\frac{c_R}{\alpha_F} + \frac{c_F}{\alpha_R}}, \tag{40}$$

$$\hat{g}_R(t) = \left[e^{-k} \left(\frac{c_R}{\alpha_F} + \frac{c_F}{\alpha_R} \right) t \right]^{\frac{\alpha_R c_F}{\alpha_F c_R + \alpha_R c_F}} \quad \text{ovvero } t_R = \frac{e^k \left(v_R\right)^{\frac{\alpha_F c_R + \alpha_R c_F}{\alpha_R c_F}}}{\frac{c_R}{\alpha_F} + \frac{c_F}{\alpha_R}}. \tag{41}$$

per cui è evidente cha al crescere di k aumenta pure il tempo di resistenza dei residenti e diminuisce quello degli stranieri. Quest'ultimo risente anche del costo relativo ponderato. Non a caso gli stranieri sono i vincitori del gioco solo se:

$$t_F > t_R \Leftrightarrow v_F > e^{\frac{\alpha_R c_F}{\alpha_F c_R + \alpha_r c_F}k} \left(v_R\right)^{\frac{\alpha_F c_R}{\alpha_R c_F}}. \tag{42}$$

È evidente che a parità di costo relativo, un parametro k positivo implica che per vincere gli stranieri devono assegnare un valore ben maggiore rispetto al caso precedente in cui $k = 0$, così come evidente anche dalla (40)-(41). Al contrario per $k < 0$, tale valore viene ridotto. Osserviamo inoltre che la funzione che pesa questo parametro è del tipo esponenziale, per cui il suo valore ha un impatto notevole l'esito del gioco. Inoltre questo parametro di aggressività è ponderato per il costo relativo, tenuto conto delle diversità delle distribuzione di probabilità. Infatti a parità di funzioni di densità, maggiore è il costo relativo sopportato dagli stranieri più elevato è l'impatto dell'aggressività dei residenti. Le figure sottostanti mostrano come, nel caso in cui $\alpha_R = \alpha_F = 1$, $c_F = 2\ c_R$, è sufficiente che $k = 0.5$ per rendere decisamente improbabile la vittoria degli stranieri e quasi impossibile per $k = 1$. In modo simile è più forte l'impatto dell'aggressività dei residenti ($k > 0$) se, a parità di costo, è più concentrata la distribuzione dei guadagni assegnata dai lavoratori residenti al valore del gioco degli stranieri (e minore il valore atteso per α_R elevato). In altra parole se i lavoratori residenti pensano che i possibili guadagni attesi dai nuovi entranti non siano particolarmente elevati e sono abbastanza sicuri della loro opinione allora a parità di costo dei due gruppi adotteranno un atteggiamento più combattivo che renderà più probabile la loro vittoria.

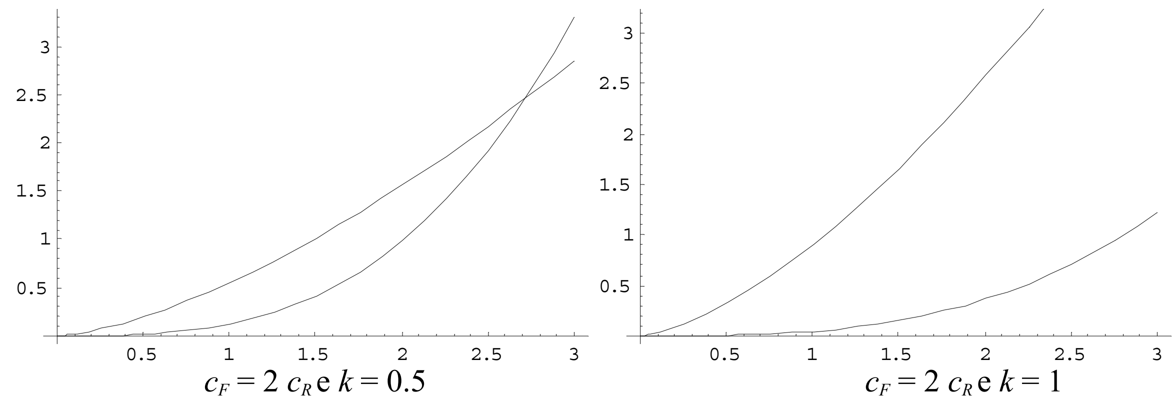


Fig. 5 - Tempo di resistenza dei due gruppi in funzione del valore del gioco.

Ci si potrebbe chiedere come ottenere una soluzione unica al modello in esame ovvero determinare il parametro k. In effetti è possibile passare dalla famiglia di soluzioni ad una unica perturbando il gioco (Ponsati e Sàkovics, 1995) ovvero imponendo che, con probabilità non nulla, sia una strategia dominante non concedere mai. In questo senso Nalebuff e Riley (1986) suggeriscono che un gruppo sia irrazionale, nel senso che reputi che l'avversario non conceda mai e che sia disposto a lottare per sempre pur sostenendo un costo potenzialmente infinito. Se questo è un'opinione con probabilità finita allora la probabilità di vittoria diviene:

$$\Pr\left[t_i > T_j\right] = (1-p)F_j\left[g_j(t_i)\right]$$

con p che indica la probabilità che l'avversario sia "irrazionale". Fundenberg e Tirole (1986) suggeriscono invece una modificazione nei payoff, ovvero nei costi della lotta, in modo tale che sia possibile combattere per sempre con probabilità positiva. Anche in questa situazione si può ottenere un equilibrio unico in modo simile al caso in cui una lotta continua non generi un costo insostenibile (Ponsati e Sàkovics, 1995). Un altro modo per poter ottenere un equilibrio unico è quello di imporre una data certa alla fine del conflitto in modo tale che al suo avvicinarsi i due gruppi sociali preferiscono raggiungere un accordo. Naturalmente tutte queste diverse impostazioni chiariscono il ruolo del parametro dell'aggressività lasciando intatte le principali conclusioni raggiunte nella sezione precedente sulla durata del conflitto sociale.

6) Conclusioni

In questo lavoro abbiamo utilizzato alcuni casi tratti dalla letteratura sulla guerra di attrito per analizzare la durata del conflitto sociale in seguito all'apertura del mercato del lavoro. In particolare abbiamo ipotizzato che due gruppi di lavoratori, i residente e gli stranieri, si fronteggiano durante un periodo di durata variabile al termine del qual vengono assegnati i posti di lavoro e le relative remunerazioni. Le valutazioni del valore del gioco sono però lasciate agli individui in modo tale che il valore del gioco non sia dipendente dal solo salario ma possa riflettere anche lo status acquisito. In questo modo è assolutamente normale assumere che i valori assegnati dai due gruppi possano differire anche a parità di occupazione generando una diversa *willingness to fight*. Un'ulteriore asimmetria è dovuta al fatto che i costi sostenuti durante il periodo di conflitto sociale siano diversi per i due gruppi. È inoltre naturale assumere che siano gli stranieri a pagare il prezzo più elevato. L'ultimo elemento di asimmetria può risiedere nella distribuzione di probabilità sui valori assegnati al gioco dal gruppo antagonista e che naturalmente non sono *common knowledge*. Infatti, è noto che la soluzione della guerra di attrito si ottiene risolvendo un sistema di equazioni differenziale imponendo una precisa struttura stocastica. In particolare si è ritenuto opportuno adottare una funzione di densità che assegni probabilità decrescenti al crescere del valore del gioco. Nel caso di distribuzioni lineari è immediato caratterizzare la famiglia di soluzione indicizzate da un parametro che riflette l'aggressività di un gruppo di lavoratori nei confronti dell'altro, come evidenziato da Nalebuff e Riley (1986). Tuttavia solo adottando distribuzioni esponenziali è possibile ottenere una formula chiusa per caratterizzare i tempi di resistenza in funzioni del valore del gioco assegnato dai due gruppi nonché dei parametri del modello. La soluzione ottenuta permette di cogliere molti aspetti del modello ed in primo luogo l'effetto di una variazione dei costi del conflitto sociale. Inoltre si è messo in luce come, a seconda della posta in gioco, un aumento del costo sostenuto dal proprio gruppo o da quello avversario possa generare degli effetti non univoci sui tempi di resistenza ottimali. Infatti sono presenti delle forti non linearità nelle funzioni di risposta dei tempi di resistenza ottimali a variazioni dei costi dei due gruppi. In generale un aumento del costo del conflitto di un gruppo tende a ridurre il proprio tempo di resistenza ed a dilatare quello del gruppo avversario solo se il valore del gioco per entrambi è sufficientemente piccolo. Invece, per valori elevati la reazione è opposta. Non solo un incremento del proprio costo rende i lavoratori di quel gruppo più combattivi, ma la loro tenacia tende a crescere esponenzialmente rendendo incerta e dura la lotta. In questo caso si ritrovano ben noti risultati di teoria delle aste secondo cui in certi contesti, come nel caso di pagamento di un costo anche da parte del perdente, si tende a scommettere in maniera eccessiva. Ciò significa che tipicamente il conflitto si protrae troppo a lungo con costi sociali eccessivi che non sono ridotti ma amplificati da variazioni dei costi. Un risultato simile si genera anche se sono semplicemente diverse le distribuzioni di probabilità assegnate da ogni gruppo al tempo di resistenza (o al valore del gioco) attribuito a quello avversario.

Naturalmente il modello proposto non è altro che un adattamento di una generica lotta di attrito di tipo asimmetrico. Tuttavia questa ampia letteratura può essere adottata anche per altre formulazioni che prevedono in maniera esplicita una segmentazione del mercato del lavoro al termine del conflitto con remunerazioni diverse per due gruppi di lavoratori che possono avere dimensione diversa da quella originaria. Un ulteriore sviluppo può consistere nel rendere stocastico anche il costo sostenuto dall'altro gruppo come nell'introdurre delle asimmetrie tra i fattori di preferenza intertemporale nel caso in cui si vuole scontare i benefici futuri. Inoltre i modelli possono essere analizzati sia da un punto di vista teorico che mediante simulazioni in contesti più complessi legati ad un continuo afflusso di nuovi entranti, che possono in parte comportarsi in modo "irrazionale" come descritto in precedenza. In ogni caso sembra indiscutibile l'opportunità di adottare anche un approccio di teoria dei giochi per analizzare la durata del conflitto sociale nel caso di una ampia apertura del mercato del lavoro.

Bibliografia

Alesina, A., Drazen, A. (1991) Why are stabilization delayed? *American Economic Review*, 81,1170-1188

Amegashie, J. A. (2004) A political economy model of immigration quotas, *Economics of Governance*, 5, 255-267.

Benhabib, J. (1996) On the political economy of immigration, *European Economic Review*, 40, 1737-43.

Berry, R. A,, Soligo, R. (1969) Some welfare aspects of international migration, *Journal of Political Economy*, 77, 778-794.

Bliss, C., Nalebuff, B. (1984) Dragon-slaying and ballroom dancing: the private supply of a public good, *Journal of Public Economics*, 15, 1-12.

Borjas, J. L. (1994) The economics of immigration, *Journal of Economic Literature*, 31, 1667-1717.

Casella, A., Eichengreen, B. (1996) Can foreign aid accelerate stabilisation?, *The Economic Journal*, 106, 605-619.

Epstein, J. S. e Nitzan, S. (2003) The struggle over migration policy, mimeo.
Fundenberg, D., Tirole, J. (1986) A theory of exit in duopoly, *Econometrica*, 54, 943-960.
Hammerstein, P, Parker, G. (1982) The asymmetric war of attrition, *Journal of Theoretical Biology*, 96, 647-682.
Kennan, J. Wilson, R. (1989) Strategic bargaining model and interpretation of strike data, *Journal of Applied Econometrics*, 4, S87-130.
Kennan, J. Wilson, R. (1990) Can strategic bargaining model explain collective bargaining data?, *American Economic Review*, 80, 405-09
Kennan, J. Wilson, R. (1993) Bargaining with private information, *Journal of Economic Literature*, 31, 45-104.
Kornhauser, L., Rubinstein A., Wilson C. (1989) Reputation and patience in the 'war of attrition', *Economica*, 56, 15-24.
Layard, R, Blanchard, O., Dornbusch, R, Krugman, P.(1992) *East-west migration: the alternatives*, MIT Press, Cambridge, Mass.
Maynard Smith J. (1974) the theory of games and the evolution of animal conflicts, *Journal of Theoretical Biology*, 47, 209-221.
Nalebuff, B., Riley, J. (1986) Asymmetric equilibria in the war of attrition, *Journal of Theoretical Biology*, 113, 517-527.
Perry, M. (1986) An example of price formation in bilateral situations: a bargaining model with incomplete information, *Econometrica*, 54, 313-322.
Ponsati, C., Sàkovics, J. (1995) The war of attrition with incomplete information, *Mathematical Social Science*, 29, 239-254.
Riley, J. (1980) Strong evolutionary equilibrium and the war of attrition, *Journal of Theoretical Biology*, 83, 383-402.
Sobel, J., Takahashi I. (1983) A multi stage model of bargaining, *Review of Economic Studies*, 50, 411-416.
Söllner, F. (1999) A note on the political economy of immigration, *Public Choice*, 100, 245-251.
Taylor, C. (1995) Digging the golden carrots. An analysis of research tournaments, *American Economic review*, 85, 872-890
Wellish, D., Widldasin, D. E. (1996) Decentralized income distribution and immigration, *European Economic Review*, 40, 187-217.